

地震

第 2 輯

第 13 卷 第 1 號

昭和 35 年

論 說

密度，弾性率が連続的に変化している 半無限弾性体の表面を伝わる波

(第 2 報) 竹 内 均・小林直太.. 1

熱対流の摂動解 (1) 岡 井 敏.. 9

熱対流の摂動解 (2) 岡 井 敏..26

Vector Seismograph によつて観測された脈動の伝播方向 岡野健之助..37

国際地球観測年(I.G.Y.)におけるわが国の地震観測について ..I.G.Y. 国内センター..43

寄 書

熱対流の正六角形渦について 岡 井 敏..61

地 震 時 報62

学 会 記 事62

地 震 学 会

地震学会々則

1. 本会は地震およびこれに関連する諸現象の研究並びにその応用に関する知識を交換、普及し震火災防止に貢献することを目的とする。
2. 本会は地震学会と称して、事務所を東京大学地球物理学教室内におく。
3. 本会はその目的を達するため下記の事業を行う。
 (i) 通常総会および臨時総会 (ii) 学術講演会
 (iii) 会誌「地震」の発行 (iv) 其他必要な事業
 通常総会は毎年必ず1回適当な時期に行い、臨時総会は委員5名以上あるいは会員30名以上の請求のあつた時に開く。総会の成立は普通会員1/5以上の出席(委任状を含む)を要する。
4. 本会々員は名誉会員、普通会員、購読会員、及び賛助会員とする。会員とならうとする者は会費1ヶ年分をそえて本会事務所へ申込みものとする。
5. 地方あるいは特別の機関等に支部をおくことができる。
6. 委員長1名、委員若干名をおく。
7. 委員長は本会を代表し、各委員は編輯、庶務、会計等の事務を分担し、そのために若干名の幹事をおくことが出来る。幹事は委員長が委嘱する。
8. 本会には顧問若干名をおくことができる。
9. 委員は普通会员の互選によつて選出する。委員長は委員の互選による。委員長及び委員の任期は1年とし、再選をさまたげない。
10. 委員及び委員長の更迭期を3月末とする。途中補欠として加つたものの任期は前任者の残存期間とする。

附 則

1. 普通会员、購読会員の会費は1年500円とする。
2. 会費年1口(10000円)以上をおさめたものを賛助会員とする。
3. 支部のないときは連絡幹事をおく。連絡幹事は委員長が委嘱する。
4. 本会則は総会(又は臨時総会)に於て出席会員の過半数の賛成により改訂又は附加することが出来る。

委 員 (1959年3月選出)

委員長	和達清夫				
委員	飯田汲事(名古屋大)	早川正巳(地質調)	萩原尊礼(東大)	西村英一(京大)	
	本多弘吉(東北大)	和達清夫(気象庁)	河角広(東大)	金子徹一(地質調)	
	金井清(東大)	笠原慶一(東大)	竹内均(東大)	田治米鏡二(北大)	
	坪井忠二(東大)	宇佐美竜夫(気象庁)	宇津徳治(気象庁)	井上宇胤(気象庁)	
	久保寺章(京大)	松沢武雄(東大)	松本利松(東大)	田望(北大)	
	浅田敏(東大)	佐藤良輔(東大)	佐藤泰夫(東大)	佐々憲三(京大)	
	三木晴男(京大)	下鶴大輔(九大)	島津康男(名古屋大)	広野卓蔵(気象庁)	
	末広重二(気象庁)	鈴木次郎(東北大)			
庶務係幹事	宇佐美竜夫	宇津徳治	松本利松	田望	
会計係幹事	笠原慶一	浅田敏			
会計監査	西村英一	早川正巳			
編輯係幹事	金井清	佐藤良輔	小口雄康	赤松敬	
編輯委員	坪井忠二	松沢武雄	萩原尊礼	佐々憲三	本多弘吉
地方連絡幹事	田治米鏡二	鈴木次郎	島津康男	三木晴男	下鶴大輔
学会連合連絡幹事	末広重二				
研連委連絡委員	浅田敏				
顧問	中村左衛門太郎	北沢五郎			

密度、弾性率が連続的に変化している半無限弾性体の表面を伝わる波 (第2報)

東京大学理学部地球物理学教室 竹 内 均

中央大学工学部精密工学科 小 林 直 太

(昭和 34 年 9 月 8 日受理)

Surface Waves Propagating Along a Free Surface of a Semi-infinite Elastic Medium of Variable Density and Elasticity. (Part 2)

Hitoshi TAKEUCHI

Geophysical Institute, Faculty of Science, Tokyo University.

Naota KOBAYASHI

Department of Precision Mechanics, Faculty of Technology,
Chūo University.

(Received Sept. 8, 1959)

The variational calculus method used in a previous paper is applied in §. 4 to the study of Love waves propagating along a free surface of a semi-infinite elastic medium, in which the density and elasticities are changing exponentially with depth. The method is also applied to the study of Love (in §. 2) and Rayleigh (in §. 3) waves in a uniform superficial layer upon a uniform semi-infinite medium. In §. 5, is shown a trial function which is useful in the study of Love waves in the case when the substratum is perfectly rigid.

§. 1

前論文¹⁾では、密度や弾性率が深さとともに連続的にかわる半無限弾性体の表面を伝わる弾性波の分散を論ずるのに、変分法を用いて有用な結果がえられた。そのさいの例題としては、密度が一定で、弾性率が深さとともに直線的に変化している場合の Love 波と Rayleigh 波の問題をとりあげた。前論文にえられた結果がえらんだ例題の適切さによるものでないことを示すために、本論文の §. 4 では、密度や弾性率が深さとともに指数函数的に変化している場合の Love 波の問題をとりあげた。えられた結果を Wilson による正確解とくらべると、この場合にもわれわれの近似法が十分精度の高い結果を与えることがわかる。

前論文の (3.2), (5.3), (5.5), (5.6) に示した試行函数は、自由表面 $z=0$ における境界条件をみたしている。しかし地下に密度や弾性率の不連続面がある場合には、そこでの境界条件をみたしていないので、こういう場合の試行函数とはなりえない。この場合に不連続面に対して拡張された解釈を行い、試行函数としてはいままでどおりのものを用いてえられた結果が §. 2, §. 3 に示してある。§. 2 ではもつとふつうの Love の問題が、§. 3 では妹沢波の問題

が論じられている。われわれの近似法は Love 波に対しては十分な精度を与えるが、妹沢波に対する結果には若干の精度の不足がみられる。

ふつうの Love 波の問題において、下層が剛体の場合の議論につごうのよい試行函数が §. 5 に示されている。

§. 2

前の論文にのべた方法を用いて、 $H \leq z$ なる領域をしめる半無限弾性体の上に、 $0 \leq z \leq H$ をしめる表層があるふつうの Love 波の問題を解いてみよう。前論文で用いた試行函数

$$v(m, kz) = e^{-m\beta kz} - \frac{\beta}{\alpha} e^{-m\alpha kz},$$

$$\alpha = 0.84748658, \beta = 0.39331990 \quad (2.1)$$

は、 v および dv/dz が $0 \leq z$ において連続であり、自由表面 $z=0$ における境界条件をみたしているが、不連続面 $z=H$ における境界条件をみたしていない。しかしここでは問題の不連続面を、その中で密度 ρ 、剛性率 μ が連続的にではあるが急激にかわるうすい転移層でおきかえ、試行函数としてはあえて (2.1) を用いることにしよう。こういうとりあつかいをしてよいといういくつかの理論的根拠を興えることもできるが、それよりも以下にあげる数値例が、とりあつかいの妥当性をよりよく示していると思う。

位相速度 c は

$$c^2 \int_0^\infty \rho \{v(m)v(\tilde{m})\} d(kz) - \int_0^\infty \mu \left\{ v(m)v(\tilde{m}) + \frac{dv(m)}{d(kz)} \frac{dv(\tilde{m})}{d(kz)} \right\} d(kz) \quad (2.2)$$

を構成要素とする行列式を 0 とおいて求められる。(2.2) 中の $v(m)$ は (2.1) の $v(m, kz)$ を略記したもので、 $v(\tilde{m})$ は m のかわりに \tilde{m} をおきかえたものである。(2.1) に対して、(2.2) の第 1 項の $\{ \}$ 内は

$$v(m)v(\tilde{m}) = \sum_l a_l e^{-l k z},$$

$$l, a_l \text{ は定数} \quad (2.3)$$

となる。当面の問題では

$0 \leq z \leq H$ で

$$\rho = \text{一定} = \rho_1, \quad \mu = \text{一定} = \mu_1,$$

$H \leq z$ で

$$\rho = \text{一定} = \rho_2, \quad \mu = \text{一定} = \mu_2 \quad (2.4)$$

であるが、これに対して (2.2) の第 1 項は

$$\int_0^\infty \rho \{v(m)v(\tilde{m})\} d(kz)$$

$$= \rho_1 \left(\sum_l a_l \frac{e^{-lkz}}{l} \right)_{kz=0} + (\rho_2 - \rho_1) \left(\sum_l a_l \frac{e^{-lkz}}{l} \right)_{kz=kH} \quad (2.5)$$

となる。同様に

$$v(m)v(\tilde{m}) + \frac{dv(m)}{d(kz)} \frac{dv(\tilde{m})}{d(kz)} = \sum_l b_l e^{-lkz},$$

l, b_l は定数

(2.6)

に対して

$$\int_0^\infty \mu \left\{ v(m)v(\tilde{m}) + \frac{dv(m)}{d(kz)} \frac{dv(\tilde{m})}{d(kz)} \right\} d(kz)$$

$$= \mu_1 \left(\sum_l b_l \frac{e^{-lkz}}{l} \right)_{kz=0} + (\mu_2 - \mu_1) \left(\sum_l b_l \frac{e^{-lkz}}{l} \right)_{kz=kH} \quad (2.7)$$

となる。試行函数としては，前論文におけると同様に $m=1$ および 1.25 に対する $v(m)$ をとり，いくつかの $\frac{2\pi}{kH}$ に対する $\sum_l a_l \frac{e^{-lkH}}{l}$ および $\sum_l b_l \frac{e^{-lkH}}{l}$ の値を Table 1 に示してある。

Table 1.

	$\widehat{1, 1}$		$\widehat{1, 1.25}$	
$\frac{2\pi}{kH}$	$\sum_l a_l \frac{e^{-lkH}}{l}$	$\sum_l b_l \frac{e^{-lkH}}{l}$	$\sum_l a_l \frac{e^{-lkH}}{l}$	$\sum_l b_l \frac{e^{-lkH}}{l}$
1.72	0.064034875	0.072650890	0.040494627	0.047465714
2.84	0.17798185	0.19861581	0.13041138	0.14993386
4.27	0.28949254	0.31866433	0.22811880	0.25784164
6.86	0.40528246	0.44025405	0.33599770	0.37329207
10.02	0.47656286	0.51365194	0.40476474	0.44499913
16.24	0.54076125	0.57890427	0.47683025	0.50958593
∞	0.65024132	0.68881664	0.57689063	0.61929310

$\widehat{1.25, 1.25}$		c		
$\sum_l a_l \frac{e^{-lkH}}{l}$	$\sum_l b_l \frac{e^{-lkH}}{l}$	第 1 近 似	第 2 近 似	Wilson
0.025983036	0.031724292	3.838	3.834	3.80
0.097068709	0.11595454	4.054	4.018	4.00
0.18272137	0.21380427	4.241	4.216	4.20
0.28325090	0.32422346	4.417	4.414	4.40
0.34959586	0.39465112	4.514	4.511	4.50
0.41154957	0.45880091	4.597	4.579	4.56
0.52019307	0.56841221			

この表ができれば，ふつうの Love 波の問題に対するわれわれの近似解を計算することができる。ここでは T. Wilson²⁾ によつて計算され，M. Ewing³⁾ らによつて地殻構造の議論に

用いられた次の例題を解いてみる.

$$\text{表層における横波の速度} = 3.6 \frac{\text{km}}{\text{sec}},$$

$$\text{下層における横波の速度} = 4.6 \frac{\text{km}}{\text{sec}},$$

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} = 1.8 \quad \therefore \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = 1.10245747 \quad (2.8)$$

この場合の位相速度 c に対するわれわれの第 1, 2 近似および Wilson による正確な値を同じく Table 1 に示してある. われわれの第 1 近似は正確値に対して 1% 以内の誤差しかない. すなわちわれわれの近似法は地殻構造の議論その他に用いるのに十分な精度をもっている. ただ μ_2/μ_1 の値がもつと大きい場合には, 誤差はもつと大きくなるであろう.

§. 3

§. 2 の問題に対応した Rayleigh 波の問題を考えてみよう.

$$0 \leq z \leq H \text{ で}$$

$$\rho = \text{一定} = \rho_1, \quad \lambda = \mu = \text{一定} = \mu_1,$$

$$H \leq z \text{ で}$$

$$\rho = \text{一定} = \rho_2, \quad \lambda = \mu = \text{一定} = \mu_2 \quad (3.1)$$

とする. われわれの方法では, c の近似値は

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty \rho \{ U(m) U(\tilde{m}) + w(m) w(\tilde{m}) \} d(kz) \\ & + \int_0^\infty \mu \left\{ 3 U(m) U(\tilde{m}) + w(m) w(\tilde{m}) + \frac{dU(m)}{d(kz)} \frac{dU(\tilde{m})}{d(kz)} \right. \\ & + 3 \frac{dw(m)}{d(kz)} \frac{dw(\tilde{m})}{d(kz)} + \frac{dw(m)}{d(kz)} U(\tilde{m}) + U(m) \frac{dw(\tilde{m})}{d(kz)} \\ & \left. - \frac{dU(m)}{d(kz)} w(\tilde{m}) - w(m) \frac{dU(\tilde{m})}{d(kz)} \right\} d(kz) \end{aligned} \quad (3.2)$$

を構成要素とする行列式を 0 とおいて求められる. ただし

$$U(m) = e^{-m\alpha kz} - A e^{-m\beta kz},$$

$$w(m) = B e^{-m\alpha kz} - D e^{-m\beta kz},$$

$$\alpha = 0.84748658, \quad \beta = 0.39331990,$$

$$A = 0.57735027,$$

$$B = 0.53728499m + 0.31020163 \frac{1}{m},$$

$$D = 1.15768822m + 0.31020163 \frac{1}{m} \quad (3.3)$$

である。(3.1) に対する積分 (3.2) は, (2.4)–(2.7) と同様にして計算される. ただし a_l, b_l は §. 2 におけるそれとはちがつた数値である. 試行函数としては $m=1, 1.25$ に対する $U(m)$, $w(m)$ を用い, いくつかの $\frac{2\pi}{kH}$ に対する $\sum_l a_l \frac{e^{-lkH}}{l}$, $\sum_l b_l \frac{e^{-lkH}}{l}$ の計算値を Table 2 に示してある.

Table 2.

$\frac{2\pi}{kH}$	$\widehat{1, 1}$		$\widehat{1, 1.25}$	
	$\sum_l a_l \frac{e^{-lkH}}{l}$	$\sum_l b_l \frac{e^{-lkH}}{l}$	$\sum_l a_l \frac{e^{-lkH}}{l}$	$\sum_l b_l \frac{e^{-lkH}}{l}$
1.72	0.14919475	0.22513635	0.10878956	0.17466866
2.84	0.39020158	0.51832310	0.33275459	0.47373316
4.27	0.60476544	0.71082109	0.55736510	0.70181405
6.86	0.81116654	0.83631218	0.78854605	0.86279325
10.02	0.93314346	0.88905531	0.92982266	0.92895439
16.24	1.04260505	0.93252146	1.05815594	0.97715992
∞	1.24080641	1.04885297	1.29095737	1.09124557

$\widehat{1.25, 1.25}$		$c/V_{s,0}$		
$\sum_l a_l \frac{e^{-lkH}}{l}$	$\sum_l b_l \frac{e^{-lkH}}{l}$	第 1 近 似	第 2 近 似	Jeffreys
0.080678713	0.14088691	1.018	0.992	0.973
0.28932053	0.45239366	1.121	1.101	1.075
0.52488328	0.72801506	1.173	1.171	1.14
0.78488490	0.94138117	1.198	1.197	1.17
0.94966493	1.03053445	1.204	1.202	1.185
1.0153510	1.08962190	1.207	1.206	1.20
1.37790116	1.20460034			

Table 2 を用いて, Jeffreys⁴⁾ によつて研究され, 地殻構造の議論にしばしば用いられる次の場合に対する計算結果が, 同じく Table 2 に示してある.

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{22}{9}, \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{5}{4} \quad (3.4)$$

表中の $V_{s,0}$ は地表面 $z=0$ における横波の速度を示す. われわれの第 1, 2 近似は Jeffreys の正確解に対して, それぞれ最大 5, 2% の誤差をもっている. 地殻構造の議論などに用いるのにわれわれの第 2 近似ではすこし精度がたりないようである. §. 2 のはじめにのべたように, われわれの試行函数は不連続面における境界条件をみたしていない. 上にのべた精度の不足がこのことに原因するのかどうかをしらべるのは, 興味のある問題である. いずれにしても, この場合にはより能率的な試行函数をみつけるために, もうすこしいろいろの実験をして

みる必要がある。

§. 4

Wilson⁵⁾によつて論ぜられた、 ρ, μ が

$$\begin{aligned} \mu &= \mu_0 e^{\alpha z}, \quad \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} = V_{s,0} e^{\beta z}, \\ \therefore \quad \rho &= \rho_0 e^{(\alpha-2\beta)z} \end{aligned} \tag{4.1}$$

のようにかわる媒質の表面を伝わる Love 波についての議論を行なつてみよう。(2.5), (2.7) にならつて、この場合には

$$\rho_0 \int_0^\infty e^{(\alpha-2\beta)z} \sum_l \hat{a}_l e^{-lkz} d(kz) = \rho_0 \sum_l \frac{a_l}{l - (\alpha - 2\beta)} \frac{1}{k} \tag{4.2}$$

Table 3.

$\alpha=3\beta$						
	$c/V_{s,0}$					
$\frac{k}{\beta}$	$\widehat{1, 1}$	$\widehat{1.5, 1.5}$	$\widehat{2, 2}$	$\widehat{4, 4}$	$\widehat{6, 6}$	Wilson
2.60			2.352	1.876	2.160	1.84
3.71		1.989	1.659	1.689	2.023	1.58
5.81	1.788	1.437	1.379	1.565	1.922	1.37
6.84	1.558	1.353	1.325	1.536	1.897	1.32
8.75	1.368	1.268	1.267	1.502	1.868	1.26
12.62	1.226	1.192	1.212	1.467	1.837	1.19
16.5	1.168	1.157	1.186	1.450	1.821	1.15
25	1.113	1.122	1.159	1.431	1.803	1.11
37	1.083	1.102	1.143	1.419	1.793	1.08
96	1.049	1.079	1.124	1.405	1.779	1.04
400	1.018	1.068	1.115	1.398	1.773	1.015

$\alpha=2\beta$						
	$c/V_{s,0}$					
$\frac{k}{\beta}$	$\widehat{1, 1}$	$\widehat{1.5, 1.5}$	$\widehat{2, 2}$	$\widehat{4, 4}$	$\widehat{6, 6}$	Wilson
2.83	4.385	2.008	1.717	1.730	2.054	1.63
4.90	1.688	1.435	1.386	1.570	1.924	1.38
6.93	1.404	1.297	1.291	1.515	1.877	1.28
10.95	1.232	1.199	1.218	1.469	1.836	1.20
16.5	1.153	1.149	1.180	1.443	1.814	1.14
25	1.107	1.119	1.156	1.427	1.799	1.105
37	1.080	1.100	1.141	1.417	1.790	1.08
96	1.048	1.078	1.123	1.404	1.778	1.04
400	1.034	1.068	1.115	1.398	1.773	1.015

$$\mu_0 \int_0^\infty e^{\alpha z} \sum_l b_l e^{-l k z} d(kz) = \mu_0 \sum_l \frac{b_l}{l - \frac{\alpha}{k}} \quad (4.3)$$

なる積分がでてくる。この場合には第 1 近似だけを計算することにし、ただ試行函数 $v(m)$ 中のパラメーター m を $m=1, 1.5, 2, 4, 6$ とかえてみた。計算の結果と Wilson による正確値を Table 3 に示してある。この種の計算では、より小さい $c/V_{s,0}$ ほど真実値に近いことがわかつている。 $\alpha=2\beta$ の場合に、各 k/β に対して最小の $c/V_{s,0}$ を与える m の値をえらびだせば次のようになる。 $k/\beta=400, 96, 37, 25$ に対しては $m=1, k/\beta=16.5, 10.95$ に対しては $m=1.5, k/\beta=6.93, 4.90, 2.83$ に対しては $m=2$ となる。すなわち長波長の波に対しては、適当に大きい m がよりよい結果を与えている。 $\alpha=3\beta$ の場合にも同様の傾向がみられる。各 k/β に対する $c/V_{s,0}$ の最小値を Wilson による正確値とくらべてみると、そのほとんどが 1% 以内の誤差しかない。すなわちこの場合にも、われわれの近似法は十分精度の高い結果を与えることがわかる。

§. 5

§. 2 のおわりにのべたように、 μ_2/μ_1 が大きい場合には、ふつうの Love 波の問題に対して、われわれの近似法の精度はたいへんおちてくる。これは (2.1) が、この場合の試行函数としては適当でないためである。 $\mu_2/\mu_1 \rightarrow \infty$ になれば、

$$\text{不連続面 } z=H \text{ で } v=0 \quad (5.1)$$

となる。これと

$$\text{自由表面 } z=0 \text{ で } \frac{dv}{dz}=0 \quad (5.2)$$

なる境界条件をみたす試行函数としては、たとえば

$$v=1-\left(\frac{z}{H}\right)^2 \quad (5.3)$$

があらう。(5.3) を (2.2) に代入して、位相速度 c に対する第 1 近似を求めると

$$\left(\frac{c}{V_{s,0}}\right)^2 = 1 + \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{(kH)^2} = 1 + 0.0633257 \left(\frac{L}{H}\right)^2 \quad (5.4)$$

となる。 $V_{s,0}$ は表層における横波の速度、 $L=2\pi/k$ は Love 波の波長を示している。Ewing³⁾らの本の p. 211 にかかけられた、金井による計算結果⁶⁾のうち、大きい μ_2/μ_1 に対する $c/V_{s,0}$ と (5.4) とをしらべると、両者がよく一致していることがわかる。

参 考 文 献

- 1) H. Takeuchi and N. Kobayashi: 密度、弾性率が連続的に変化している半無限弾性体の表面を伝わる波 (第 1 報), 地震, **12** (1959), 115-121.
- 2) J. T. Wilson: The Love waves of the south Atlantic earthquake of August 28, 1933.

Bull. Seism. Soc. Amer., **30** (1940), 273-301.

- 3) M. Ewing, W. S. Jardetzky and F. Press; Elastic waves in layered media. McGraw-Hill, New York, 1957, p. 214.
- 4) H. Jeffreys: The surface waves of earthquakes. M.N.R.A.S., Geophys. Suppl., **3** (1934), 253-261.
- 5) J. T. Wilson: Surface waves in a heterogeneous medium. Bull. Seism. Soc. Amer., **32** (1942), 297-304.
- 6) K. Kanai: On the group velocity of dispersive surface waves. Bull. Earthq. Res. Inst., **29** (1951), 49-60.

熱対流の攝動解 [1]

東京大学理学部地球物理学教室 岡 井 敏

(昭和 34 年 9 月 29 日受理)

A Perturbation Method for Thermal Convection Problem [1].

Bin OKAI

Geophysical Institute, Faculty of Science, The University of Tokyo

(Received Sept. 29, 1959)

When a layer of fluid is heated uniformly from below, a convection occurs in a regular cellular pattern for the values of the Rayleigh number in excess of a critical value. A perturbation method is presented here to determine the form and amplitude of this steady convection. The essential point is to expand functions describing the field (velocity and temperature) in a power series of a parameter ε , while the Rayleigh number is put as a product of its critical value times $(1+\varepsilon^2)$. A set of inhomogeneous equations thus obtained can be solved by the perturbation method used in non-linear oscillation problems. In the two-dimensional case the slope of heat transport curve steepens abruptly at the critical Rayleigh number. As another example which can be dealt with in this way, a convection in a sphere is studied. This is an extension of Chandrasekhar's linearized stability theory.

§. 1

気象学において熱対流が本質的に重要な問題であるのは当然であるが、地球の内部の弾性体と見なされている部分においても熱対流は論じられてよいのである。これは地球の変形が長年月の目で見れば流体力学で扱われ得ることと、地球の内部が高温であることとの理由によるものである。実際、今までにこの種の論文はいくつか発表されている^{2) 3) 4)}。ところで、熱対流の数学的な理論は、それを他の分野にすぐ応用できるように発展しているかというところではない。「静止していた流体が熱対流を起こしたら、熱伝導のみで熱を輸送していたときに比べて、どの位多くの熱が運ばれるようになるか?」とか「温度の分布はどう変るか?」といったような基礎的なことを知るためにも、われわれは新らしく考えてみなければならないのである。この論文はこのような熱対流の基礎的な問題を扱ったものである。

§. 2

Fig. 1 に示すような深さ h の 2 次元の流体層を下から一様に熱した場合の定常的な熱対流を考えてみる。基礎方程式はいうまでもなく、流体力学の連続の式 (1), Navier-Stokes の式 (2), (3), および熱伝達の式 (4) である。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \nabla^2 u \quad (2)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} - \rho g + \mu \nabla^2 v \quad (3)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \kappa \nabla^2 T. \quad (4)$$

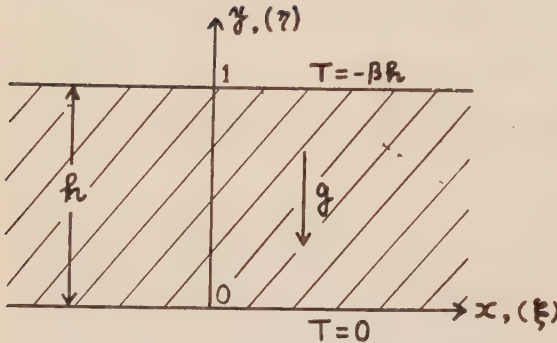


Fig. 1. Fluid layer heated from below.

ここで u, v のかわりに流れの函数 ϕ を使えば, $u = \frac{\partial \phi}{\partial y}$, $v = -\frac{\partial \phi}{\partial x}$ となる.

また状態は $\rho = \rho_0(1 - \alpha T)$ の式にしたがつて変わるものとする. 今平均温度勾配を $-\beta$, ($\beta > 0$) とし, T, ϕ, x, y , を下のように無次元化すると,

$$T = \beta h(-y + \tau), \quad x = h\xi, \quad y = h\eta, \\ \phi = \kappa \psi, \quad (5)$$

(1)~(4) は (6), (7) に書きあらためられる.

$$\frac{\kappa}{\nu} \left[\frac{\partial \psi}{\partial \eta} \left(\frac{\partial^3 \psi}{\partial \xi \partial \eta^2} + \frac{\partial^3 \psi}{\partial \xi^3} \right) - \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \left(\frac{\partial^3 \psi}{\partial \eta^3} + \frac{\partial^3 \psi}{\partial \xi^2 \partial \eta} \right) \right] = -R \frac{\partial \tau}{\partial \xi} + \nabla^4 \psi \quad (6)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \eta} \frac{\partial \tau}{\partial \xi} - \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \frac{\partial \tau}{\partial \eta} + \frac{\partial \psi}{\partial \xi} = \nabla^2 \tau \quad (7)$$

ここで $R = \frac{\alpha \beta g h^4}{\kappa \nu}$ は Rayleigh number と呼ばれる無次元量である. このままでも以下述べる方法で取扱えないことはないが, 遅い運動だけを論ずることにして (6) の非線型項は省略する. これは $\kappa/\nu \ll 1$ と考えることにもあたり, 地球の場合はこの仮定があてはまる. したがって解くべき方程式は次の二式になる.

$$\frac{\partial \psi}{\partial \eta} \frac{\partial \tau}{\partial \xi} - \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \frac{\partial \tau}{\partial \eta} + \frac{\partial \psi}{\partial \xi} = \nabla^2 \tau \quad (7)$$

$$\nabla^4 \psi = R \frac{\partial \tau}{\partial \xi} \quad (8)$$

ただし ξ, η を x, y と書き更めた.

境界条件は Rayleigh にならつて $y=0$ および $y=1$ で

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0, \quad \tau = 0 \quad (9)$$

を採る. これらはそれぞれ, 上下面で y 方向の速度が 0 であること, stress がないこと, 温度が一定に保たれていること, に対応する. 「stress がないこと」は実際には起こりえない条件

で、本来は「上面のみ stress が 0, 下面では x 方向の速度 0」とか「上下面とも x 方向の速度が 0」で置きかえられなければいけないが、計算を簡単にするためになされたものである。

§. 3

さて対流は温度勾配 β (あるいは R) がある一定値 β_0 (あるいは R_0) に達したときに開始し、 β が増せば激しくなるものである。したがって ψ, τ のような運動の状態を示す函数は Fig. 2 のごとく β_0 で急に現われる性質のものである。いいかえれば ψ, τ は $\beta = \beta_0$ の附近において解析的でない。故に β, ψ, τ をつぎのように展開することはできない。

$$\left. \begin{aligned} \beta &= \beta_0(1+\delta) \\ \psi &= \delta \cdot \psi_1 + \delta^2 \cdot \psi_2 + \delta^3 \cdot \psi_3 + \dots \\ \tau &= \delta \cdot \tau_1 + \delta^2 \cdot \tau_2 + \delta^3 \cdot \tau_3 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

実際若し (10) の形をした解があるとすれば、 $\delta < 0$ としてみると、 β は β_0 以下の値になるし、 ψ, τ とともに臨界温度勾配以下に延長されて、臨界温度勾配に達しないのに対流が発生しているという不都合な結果になってしまう。そこでこれを避けるために、 β を β_0 以下の値がとれないように $\beta = \beta_0(1+\varepsilon^2)$ とおいてみたらどうであろうか。 ψ, τ を ε^2 のべきに展開するのでは、 ε に虚数もとらせると δ の場合と同じ結果になるから、 ε のべきで展開するとする。このとき β が β_0 以下の値になるように、 ε を虚数にしてみると、 ψ, τ は一般に複素量になつて実際の状態に対応させることができないから、対流が起こっていないことを意味し都合がよい。

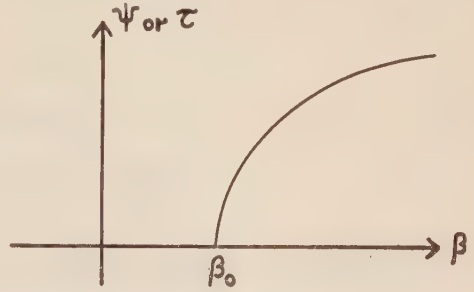


Fig. 2. Relation between mean temp. grad. and the function describing the field. $\psi, (\tau)$ is not analytic at the point where $\beta = \beta_0$.

以上をまとめるとつぎのようになる。 β, ψ, τ を

$$\left. \begin{aligned} \beta &= \beta_0(1+\varepsilon^2) \\ \psi &= \varepsilon \psi_1 + \varepsilon^2 \psi_2 + \varepsilon^3 \psi_3 + \dots \\ \tau &= \varepsilon \tau_1 + \varepsilon^2 \tau_2 + \varepsilon^3 \tau_3 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

と展開し、これを (7), (8) に代入して ε のべきに整理し直し、その係数の微分方程式をすべて 0 とおく普通のやり方を使つて ψ_i, τ_i をつぎつぎに求めて問題を解いていくのである。 ε のべきに整理する以前の方程式はつぎのものである。

$$\Delta^4 \sum_i \varepsilon^i \psi_i = R_0(1 + \varepsilon^2) \frac{\partial}{\partial x} \sum_i \varepsilon^i \tau_i \quad (12)$$

$$-\frac{\partial}{\partial y} \sum_i \varepsilon^i \psi_i - \frac{\partial}{\partial x} \sum_i \varepsilon^i \tau_i - \frac{\partial}{\partial x} \sum_i \varepsilon^i \psi_i \frac{\partial}{\partial y} \sum_i \varepsilon^i \tau_i + \frac{\partial}{\partial x} \sum_i \varepsilon^i \psi_i = V^2 \sum_i \varepsilon^i \tau_i \quad (13)$$

また無次元化しないままの速度，温度などはつぎの式で与えられる。

$$u = \frac{\kappa}{h} \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\kappa}{h} \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad T = h\beta_0(1 + \varepsilon^2)(-y + \tau) \quad (14)$$

この展開方法は函数が一価有界で変数の変域も有界である場合に使える。簡単な例として 1 次元調和振動子について考えてみる (Fig. 3)。速度に関する方程式は

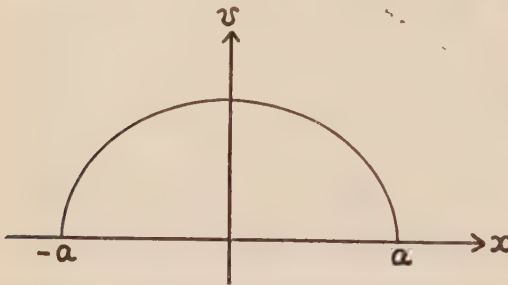


Fig. 3. Relation between velocity and displacement of a linear oscillator. v is not analytic where $x = \pm a$.

$$v \frac{dv}{dx} + \omega^2 x = 0 \quad (15)$$

で，すぐに積分 $\frac{1}{2}v^2 + \frac{\omega^2}{2}x^2 = E$ が求まるが，これを知らないことにして (11) と同じような展開方法で解を求めることを考えてみる。 x は上限 a (振幅) をもつからこれより大きい値は取れない。それで

$$\left. \begin{aligned} x &= a - \varepsilon^2, \\ \text{すなわち } \sqrt{a-x} &= \varepsilon \\ \text{および } v &= A_1 \varepsilon + A_2 \varepsilon^2 \\ &\quad + A_3 \varepsilon^3 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

と展開するのである。これを，(15) の変数を x から ε に変えた

$$-\frac{v}{2\varepsilon} \frac{dv}{d\varepsilon} + \omega^2(a - \varepsilon^2) = 0 \quad (17)$$

に代入すれば A_i がつぎつぎに求まるから解が得られるのである。結果は一々書かないが $\frac{1}{2}v^2 + \frac{\omega^2}{2}x^2 = E$ と全く同じである。ここでは簡単のために potential が $\frac{\omega^2}{2}x^2$ の形のものを用いたが，任意の函数でも (x を有界変動にする限り) 構わなかつたのである。

§. 4

以下 (12), (13) を ε のべきで整理して，つぎつぎにあらわれる微分方程式を解いていけばよい。

$[\varepsilon]$, ε の段階では方程式は

$$\Delta^4 \psi_1 = R_0 \frac{\partial \tau_1}{\partial x} \quad (18)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial x} = \nabla^2 \tau_1 \quad (19)$$

で、安定不安定の議論にあられるものと同じである⁵⁾。したがって解は Rayleigh の求めたものを借用すればよい。すなわち座標原点で $u=0$ となるように原点を選ぶと

$$\phi_1 = A_1 \sin \pi y \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}} x \quad (20)$$

$$\tau_1 = -\frac{\sqrt{2}}{3\pi} A_1 \sin \pi y \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}} x \quad (21)$$

$$R_0 = \frac{27}{4} \pi^4 \quad (22)$$

これは解の形を $e^{im\pi x} \sin n\pi y$ とおき、整数 n および任意の数 m を変化させて最も低い温度勾配を与えるものを求めることによつて得られたものである。したがって $R_0 = \text{Min}_{m, n \text{ (integer)}} R(m, n)$

である。なお (20), (21) にあられる A_1 は後の $[\mathcal{E}^3]$ の段階で求まるものである。

$$[\mathcal{E}^2], \quad \nabla^4 \phi_2 = R_0 \frac{\partial \tau_2}{\partial x} \quad (23)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial y} \frac{\partial \tau_1}{\partial x} - \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial \tau_1}{\partial y} + \frac{\partial \phi_2}{\partial x} = \nabla^2 \tau_2 \quad (24)$$

(24) に (20), (21) を代入して解けば

$$\phi_2 = A_2 \sin \pi y \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}} x \quad (25)$$

$$\tau_2 = -\frac{\sqrt{2}}{3\pi} A_2 \sin \pi y \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}} x - \frac{A_1^2}{24\pi} \sin 2\pi y \quad (26)$$

が得られる。ここでまた A_2 という未知の係数が出て来た。これも後に求められる。

$$[\mathcal{E}^3], \quad \nabla^4 \phi_3 = R_0 \frac{\partial \tau_2}{\partial x} + R_0 \frac{\partial \tau_1}{\partial x} \quad (27)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial y} \frac{\partial \tau_2}{\partial x} + \frac{\partial \phi_2}{\partial y} \frac{\partial \tau_1}{\partial x} - \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial \tau_2}{\partial y} - \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \frac{\partial \tau_1}{\partial y} + \frac{\partial \phi_3}{\partial x} = \nabla^2 \tau_3 \quad (28)$$

これらに (20), (21), (25), (26) を代入し一つの方程式にまとめると

$$\nabla^6 \phi_3 - R_0 \frac{\partial^2 \phi_3}{\partial x^2} = \frac{R_0 \pi^2}{2} A_1 \left(\frac{A_1^2}{24} - 1 \right) \sin \pi y \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}} x - R_0 \frac{A_1^3 \pi}{48} \sin 3\pi y \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}} x, \quad (29)$$

となる。ここで右辺第 1 項にあられる $\sin \pi y \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}} x$ は左辺の演算子の固有函数である。

したがってこれは強制振動のような状態で若し第 1 項が 0 でなければ境界条件をみたす解は無限大に発散してしまう。故にこの係数は 0 でなければならない (非線型振動論の摂動法⁶⁾)。

すなわち

$$\frac{R_0 \pi^2}{2} A_1 \left(\frac{A_1^2}{24} - 1 \right) = 0 \quad (30)$$

$$A_1 = \sqrt{24}, \quad -\sqrt{24}, \quad 0 \quad (31)$$

このようにして $[\varepsilon]$ の段階で求められなかった係数 A_1 はここに求めたのである。なおこの 3 本の値のうちで $-\sqrt{24}$ は座標の取り方を変えれば $\sqrt{24}$ と同じになるから捨てる。また $A_1=0$ は不安定な静止状態をあらわすもので、これも取らない。

$$[\varepsilon^4] \quad \nabla^4 \phi_4 = R_0 \frac{\partial \tau_4}{\partial x} + R_0 \frac{\partial \tau_0}{\partial x} \quad (32)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial y} \frac{\partial \tau_3}{\partial x} + \frac{\partial \phi_2}{\partial y} \frac{\partial \tau_2}{\partial x} + \frac{\partial \phi_3}{\partial y} \frac{\partial \tau_1}{\partial x} - \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial \tau_3}{\partial y} - \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \frac{\partial \tau_2}{\partial y} - \frac{\partial \phi_3}{\partial x} \frac{\partial \tau_1}{\partial y} + \frac{\partial \phi_4}{\partial x} = \nabla^2 \tau_4 \quad (33)$$

式を一つにまとめて $[\varepsilon^3]$ におけると同じ考えで

$$\frac{R_0 A_2}{2} \pi^2 \left(1 - \frac{A_1^2}{8} \right) = 0 \quad (34)$$

を得る。したがって

$$A_2 = 0 \quad (35)$$

である。なおここでわかったことは、若し展開に (11) を使わずに (10) を使ったとすれば、(11) で $\phi_1 = \phi_3 = \dots = \tau_1 = \tau_3 = \dots = 0$ と始めからおいてしまうことだから、 ϕ も τ も 0 となつて目的の対流をあらわす解が得られないであろう、ということである。

以下やり方は全く同じであるから、 $[\varepsilon^7]$ までの結果だけを書いておく。

$$[\varepsilon] \quad \begin{cases} \phi_1 = 4.898 \sin \pi y \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}} x \\ \tau_1 = -0.735 \sin \pi y \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}} x \end{cases}$$

$$[\varepsilon^2] \quad \begin{cases} \phi_2 = 0 \\ \tau_2 = -0.318 \sin 2\pi y \end{cases}$$

$$[\varepsilon^3] \quad \begin{cases} \phi_3 = 0.385 \sin \pi y \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}} x + 0.019 \sin 3\pi y \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}} x \\ \tau_3 = 0.675 \sin \pi y \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}} x - 0.116 \sin 3\pi y \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}} x \end{cases}$$

$$[\varepsilon^4] \quad \begin{cases} \phi_4 = -0.058 \sin 2\pi y \sin \sqrt{2} \pi x + 0.001 \sin 4\pi y \sin \sqrt{2} \pi x \\ \tau_4 = 0.320 \sin 2\pi y - 0.025 \sin 4\pi y + 0.070 \sin 2\pi y \cos \sqrt{2} \pi x \\ \quad - 0.011 \sin 4\pi y \cos \sqrt{2} \pi x \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
[\mathcal{E}^5] \quad & \left\{ \begin{aligned} \phi_5 &= -0.130 \sin \pi y \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}} x + 0.070 \sin \pi y \sin \frac{3\sqrt{2}}{2} \pi x - 0.006 \sin 3\pi y \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}} x \\ & - 0.001 \sin 3\pi y \sin \frac{3\sqrt{3}}{2} \pi x \\ \tau_5 &= -0.666 \sin \pi y \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}} x - 0.047 \sin \pi y \cos \frac{3\sqrt{2}}{2} \pi x + 0.157 \sin 3\pi y \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}} x \\ & + 0.004 \sin 3\pi y \cos \frac{3\sqrt{2}}{2} \pi x - 0.009 \sin 5\pi y \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}} x \end{aligned} \right. \\
[\mathcal{E}^6] \quad & \left\{ \begin{aligned} \phi_6 &= A_6 \sin \pi y \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}} x + 0.041 \sin 2\pi y \sin \sqrt{2} \pi x - 0.014 \sin 2\pi y \sin 2\sqrt{2} \pi x \\ & - 0.001 \sin 4\pi y \sin \sqrt{2} \pi x \\ \tau_6 &= -0.323 \sin 2\pi y + 0.034 \sin 4\pi y - 0.001 \sin 6\pi y - 0.1500 A_6 \sin \pi y \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}} x \\ & - 0.119 \sin 2\pi y \cos \sqrt{2} \pi x + 0.005 \sin 2\pi y \cos 2\sqrt{2} \pi x \\ & + 0.017 \sin 4\pi y \cos \sqrt{2} \pi x + 0.001 \sin 4\pi y \cos 2\sqrt{2} \pi x \end{aligned} \right. \\
[\mathcal{E}^7] \quad & \left\{ \begin{aligned} \phi_7 &= A_7 \sin \pi y \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}} x - 0.020 \sin \pi y \sin \frac{3\sqrt{2}}{2} \pi x + 0.003 \sin 3\pi y \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}} x \\ \tau_7 &= -0.130 A_6 \sin 2\pi y + (0.666 - 0.1500 A_7) \sin \pi y \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}} x \\ & + 0.061 \sin \pi y \cos \frac{3\sqrt{2}}{2} \pi x - 0.001 \sin \pi y \cos \frac{5\sqrt{2}}{2} \pi x \\ & - 0.176 \sin 3\pi y \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}} x - 0.001 \sin 3\pi y \cos \frac{3\sqrt{2}}{2} \pi x \\ & + 0.013 \sin 5\pi y \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}} x + 0.001 \sin 5\pi y \cos \frac{3\sqrt{2}}{2} \pi x \end{aligned} \right. \quad (36)
\end{aligned}$$

A_6, A_7 はここまでの計算ではまだ値が求まっていない。ただし A_6 は 0 になることが予想される。また (36) を書きかえて三角関数の係数にまとめるとつぎのようになる (\mathcal{E}^7 まで)。

$$\begin{aligned}
\phi: \quad & \sin \pi y \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}} x: \quad 4.898\mathcal{E} + 0.385\mathcal{E}^3 - 0.130\mathcal{E}^5 + A_6\mathcal{E}^6 + A_7\mathcal{E}^7 \\
& \sin \pi y \sin \frac{3\pi}{\sqrt{2}} x: \quad 0.070\mathcal{E}^5 - 0.020\mathcal{E}^7 \\
& \sin 2\pi y \sin \sqrt{2} \pi x: \quad -0.058\mathcal{E}^4 + 0.041\mathcal{E}^6 \\
& \sin 2\pi y \sin 2\sqrt{2} \pi x: \quad -0.014\mathcal{E}^6 \\
& \sin 3\pi y \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}} x: \quad 0.019\mathcal{E}^3 - 0.006\mathcal{E}^5 + 0.003\mathcal{E}^7 \\
& \sin 3\pi y \sin \frac{3\pi}{\sqrt{2}} x: \quad -0.001\mathcal{E}^5 \\
& \sin 4\pi y \sin \sqrt{2} \pi x: \quad 0.001\mathcal{E}^4 - 0.001\mathcal{E}^6 \\
\tau: \quad & \sin 2\pi y: \quad -0.318\mathcal{E}^2 + 0.320\mathcal{E}^4 - 0.323\mathcal{E}^6 - 0.130 A_6\mathcal{E}^7
\end{aligned}$$

$$\sin 4\pi y: -0.025\epsilon^4 + 0.034\epsilon^6$$

$$\sin 6\pi y: -0.001\epsilon^6$$

$$\sin \pi y \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}}x: -0.735\epsilon + 0.675\epsilon^3 - 0.666\epsilon^5 - 0.1500A_1\epsilon^6 \\ + (0.666 - 0.1500A_7)\epsilon^7$$

$$\sin \pi y \cos \frac{3\pi}{\sqrt{2}}x: -0.047\epsilon^5 + 0.061\epsilon^7$$

$$\sin \pi y \cos \frac{5\pi}{\sqrt{2}}x: -0.001\epsilon^7$$

$$\sin 2\pi y \cos \sqrt{2}\pi x: 0.070\epsilon^4 - 0.119\epsilon^6$$

$$\sin 2\pi y \cos 2\sqrt{2}\pi x: 0.005\epsilon^6$$

$$\sin 3\pi y \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}}x: -0.116\epsilon^3 + 0.157\epsilon^5 - 0.176\epsilon^7$$

$$\sin 3\pi y \cos \frac{3\pi}{\sqrt{2}}x: 0.004\epsilon^5 - 0.001\epsilon^7$$

$$\sin 4\pi y \cos \sqrt{2}\pi x: -0.011\epsilon^4 + 0.017\epsilon^6$$

$$\sin 4\pi y \cos 2\sqrt{2}\pi x: 0.001\epsilon^4$$

$$\sin 5\pi y \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}}x: -0.009\epsilon^5 - 0.013\epsilon^7$$

$$\sin 5\pi y \cos \frac{3\pi}{\sqrt{2}}x: 0.001\epsilon^7$$

§. 5

熱の輸送が対流によってどう変るかは上下面における温度勾配からたやすく知ることができ
る。

$$\text{Heat flow} = -k \frac{d\bar{T}}{d(hy)}_{y=0} = k\beta_0(1+\epsilon^2) \left(1 - \frac{d\bar{\tau}}{dy}\right)_{y=0} \\ = k\beta_0(1+\epsilon^2)(1+1.99\epsilon - 1.70\epsilon^2 + 1.61\epsilon^3 - \dots) \quad (37)$$

ただし \bar{T} , $\bar{\tau}$ はそれぞれ T , τ の x 平均である。これを図にあらわしたのが Fig. 4 である。
また $\epsilon^2=0.1$ のときの温度分布、輸送される熱、相対的な流速の大きさと方向などを示したの
が Fig. 5 である。平均温度勾配がまして $\epsilon^2=0.4$ になると温度分布は Fig. 6 のように変つ
てくる。

§. 6

流体層の対流の問題を 2 次元に限つたのは、この制限がなければ色々の pattern があらわ
れてきて収拾がつかなくなるからである。実験によれば正六角形の pattern が起こっている
はずだから⁷⁾、そのような解のみが得られることが望ましいが、このままのやり方ではできな
い。それで無理に正六角形の解を求めることをせず、一意的に解の得られる球の熱対流を前と

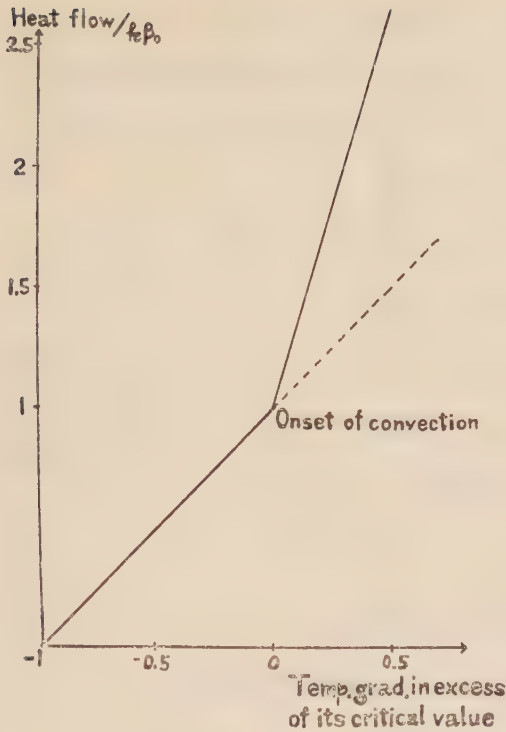


Fig. 4. Heat transport vs. temp. grad. Dashed line represents the relation due to conduction alone.

同じやり方で扱ってみることにする。これは発生を論じた Chandrasekhar の論文⁸⁾の拡張である。

Chandrasekhar にならつて、半径 R の球の中には一様な強さの熱源 Q が分布しているとする。非線型項を熱伝達式だけに限れば基本方程式はつぎの (38), (39), (40) となる。

$$\text{div } \vec{u} = 0 \quad (38)$$

$$0 = -\text{grad } p - \rho \text{ grad } V + \rho \nu \nabla^2 \vec{u} \quad (39)$$

$$\vec{u} \cdot \text{grad } T = \kappa \nabla^2 T + Q \quad (40)$$

なお (39) の V は重力による potential で平均密度 $\bar{\rho}$ を使つてつぎのように近似される。

$$\text{grad } V = \frac{4}{3} \pi \bar{\rho} G \vec{r}, \quad G \text{ は万有引力常数。} \quad (41)$$

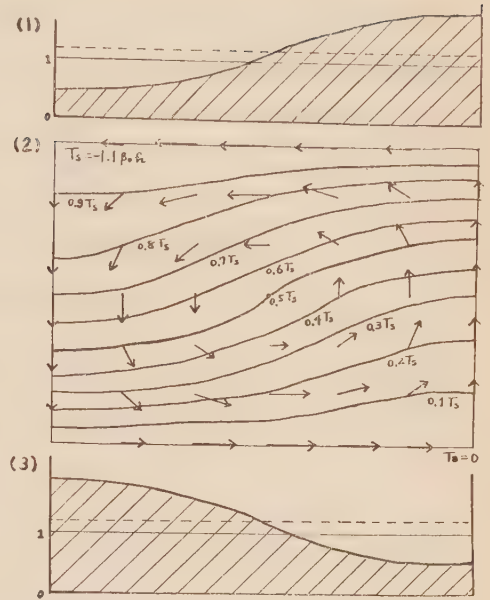


Fig. 5. Mean temp. grad. is 10% in excess of the critical value.

- (1) Heat transported from above. Unit of the ordinate is the value due to conduction alone. Dashed line is the averaged value.
- (2) Temperature and velocity distribution within a half of the cell. T_s and T_B are temperatures of the surface and the bottom respectively.
- (3) Heat transported from below.

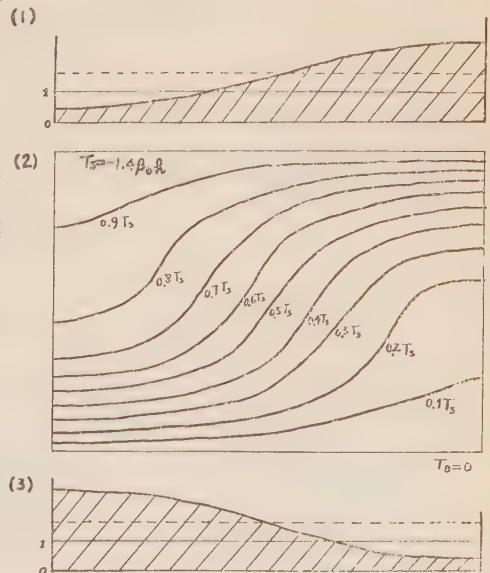


Fig. 6. Mean temp. grad. is 40% in excess of the critical value (cf. Fig. 5).

さて熱源の強さ Q がある臨界値 Q_0 を越すと対流が開始するはずであるが、今対流を起こさずに静止している不安定な状態を考え $T = \bar{T} + \tau$ とわかる。 \bar{T} は Q を熱伝導のみで運ぶと考えたときの温度分布とする。そうすると

$$\bar{T} = \beta(R^2 - r^2), \quad \beta = \frac{Q}{6\kappa} \quad (42)$$

となる。これと $\rho = \bar{\rho}(1 - \alpha T)$ とを使つて (39), (40) を書き直す。

$$0 = -\text{grad } \varpi + \gamma \tau \vec{r} + \nu \nabla^2 \vec{u} \quad (43)$$

$$-2\beta \vec{u} \vec{r} + \vec{u} \cdot \text{grad } \tau = \kappa \nabla^2 \tau \quad (44)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ただし, } \varpi &= \frac{p}{\rho} - V - \frac{1}{4} \beta \gamma (2R^2 r^2 - r^4) \\ \gamma &= \frac{4}{3} \pi \bar{\rho} G \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

ここでつぎのような無次元化を行ない、

$$\tau = \beta R^2 \tau', \quad u = \frac{\kappa}{R} \vec{u}', \quad \vec{r} = R \vec{r}'. \quad (46)$$

新しい変数 $\tau', \vec{u}', \vec{r}'$ に移る (ただし簡単のために以下 prime を落して書く)。

基本方程式は結局つぎのようになる。

$$\text{div } \vec{u} = 0 \quad (47)$$

$$-2\vec{r} \vec{u} + \vec{u} \cdot \text{grad } \tau = \nabla^2 \tau \quad (48)$$

$$0 = -\text{grad } \varpi + \frac{C}{2} \tau \vec{r} + \nabla^2 \vec{u} \quad (49)$$

$$\text{ただし } C \equiv \frac{2\beta \gamma R^6}{\kappa \nu}. \quad (50)$$

C は §. 2 の Rayleigh number に相当するものである。さらに (49) より ϖ を消去すれば

$$\nabla^4(ru) + \frac{C}{2} L^2 \tau = 0 \quad (51)$$

$$L^2 = \left\{ r^2 \nabla^2 - r \frac{\partial}{\partial r} - r \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} \right\} = \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \quad (52)$$

となる。なお $\vec{u} = (u, v, w)$ は極座標に関してである。また (51) の $\nabla^4(ru)$ の項は、 $\text{div } \vec{u} = 0$ の場合には $\vec{r} \cdot \nabla^4 \vec{u} = \nabla^4(\vec{r} \cdot \vec{u})$ の関係が使えるので出て来たのである。

境界条件は $r=1$ でつぎのように与えられる。

$$i) \text{ 表面温度が一定であること: } \tau = 0, (r=1). \quad (53)$$

これは (51) より

$$\nabla^4(ru) = 0, (r=1) \quad (54)$$

と書き直せる.

$$\text{ii) 球の表面で動径方向の速度が } 0 \text{ になること: } ru=0, (r=1). \quad (55)$$

iii) 表面が rigid であれば連続方程式を使って

$$\frac{\partial}{\partial r}(ru)=0, \quad (r=1), \quad (56)$$

また free, すなわち stress が 0 であるとする, やはり連続方程式を使って

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}(ru)=0, \quad (r=1) \quad (57)$$

である. 併しこの (56) あるいは (57) を採用すると計算が非常に面倒になる. 対流の開始を扱う線型の場合ですら変分法の手間のかかる計算が必要であつた. それで (56), (57) のかわりに Rayleigh のやつたように人為的な条件を使う. すなわち

$$p_{r\theta}=\rho\nu\left(\frac{\partial u}{r\partial\theta}-\frac{v}{r}+\frac{\partial v}{\partial r}\right)=-\frac{2\rho\nu}{r}v \quad (58)$$

$$p_{r\varphi}=\rho\nu\left(\frac{\partial u}{r\sin\theta\partial\varphi}-\frac{w}{r}+\frac{\partial w}{\partial r}\right)=-\frac{2\rho\nu}{r}w \quad (59)$$

を採ることにする. これらはそれぞれ

$$\left(\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r}\right)v=0 \quad (60)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r}\right)w=0 \quad (61)$$

となるから, 連続方程式を使えばつぎの簡単な一つの式に書き更められる.

$$\nabla^2(ru)=0 \quad (62)$$

この条件はその成り立ち (58), (59) から容易にわかるように free と rigid との中間状態を示すものである. そしてこのことはあとで行なう計算の結果からもいえることである. 以上まとめれば, 境界条件は (54), (55), (62) の 3コとなる.

§. 7

摂動の計算は前にやつたように

$$\left. \begin{aligned} C &= C_0(1+\varepsilon^2) \\ \vec{u} &= \varepsilon\vec{u}_1 + \varepsilon^2\vec{u}_2 + \varepsilon^3\vec{u}_3 + \dots \\ \tau &= \varepsilon\tau_1 + \varepsilon^2\tau_2 + \varepsilon^3\tau_3 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (63)$$

と展開したものを (48), (51) に代入して解いていけばよい. ここに C_0 は臨界熱源の強さ Q_0 に対応する C の値である.

[ε], 方程式は (48), (51), (63) より

$$\nabla^6(ru_1)=C_0L^2(ru_1) \quad (64)$$

となる。今、解の形を

$$ru_1 = W_1(r)Y(\theta, \varphi), \quad Y \text{ は 1 次の球面函数} \quad (65)$$

と仮定する。球面函数に 1 次のものを使つたのは C_0 を最小にするためである。角部分の計算だけを先にしてしまうと、方程式、境界条件はそれぞれつぎようになる。

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} - \frac{2}{r^2} \right]^3 W_1 + 2C_0 \dot{W} = 0 \quad (66)$$

$r=1$ で

$$\text{i) } W_1 = 0 \quad (67)$$

$$\text{ii) } \left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} - \frac{2}{r^2} \right] W_1 = 0 \quad (68)$$

$$\text{iii) } \left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} - \frac{2}{r^2} \right]^2 W_1 = 0 \quad (69)$$

これは簡単にとけて

$$W_1 = A_1 \frac{J_{3/2}(\alpha, r)}{\sqrt{r}} \quad (70)$$

が得られる。ただし $J_{3/2}(\alpha_1) = 0$, をみたす α_1 の最小値で $\alpha_1 = 4.49341$ である。また

$$C_0 = \frac{\alpha_1^6}{2} = 4115.48 \quad (71)$$

である。Chandrasekhar によれば free の場合は 3091.4, rigid の場合は 8047.1, となつてゐるからこの点でも人為的な境界条件 (62) は free と rigid との中間にあたることがわかる。

以上の結果をまとめると ru_1 はつぎようになる。

$$ru_1 = A_1 \frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{\sqrt{r}} Y_1(\theta, \varphi) \quad (72)$$

A_1 の値は §. 4 と同じくあとで与えられる。なおここで $Y_1(\theta, \varphi) = \cos \theta + a_1 \sin \theta \sin \varphi + b_1 \sin \theta \cos \varphi$ においては、方向を不定にする 2 つの未定数 a_1, b_1 が含まれているが、球の中心における流れの方向を $\theta=0$ と定めてしまうと $a_1=b_1=0$ となる。尤も、空間にこういう流体球が 1 つあるだけでは、方向がきまらないのが当然であつて、 $a_1=b_1=0$ と採ることはむしろ中心における流れの方向を空間の頂点にえらんでしまうことにはかならないのである。なお若し球が回転していればこういう不定さはなくなることが後に示される。

さて τ_1 は (48) の ε に関する 1 次項

$$-2ru_1 = \nabla^2 \tau_1 \quad (73)$$

より

$$\tau_1 = \frac{2A_1}{\alpha_1^2} \frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{\sqrt{r}} Y_1(\theta, \varphi) \quad (74)$$

と得られる。 v, w は \vec{u} が一般に

$$\begin{pmatrix} ru \\ rv \\ rw \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (nF_{n,m} + r^2 G_{n,m}) W_{n,m} \\ F_{n,m} \frac{\partial W_{n,m}}{\partial \theta} \\ F_{n,m} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial W_{n,m}}{\partial \varphi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ r \frac{L_{n,m}}{\sin \theta} \frac{\partial W_{n,m}}{\partial \varphi} \\ -r L_{n,m} \frac{\partial W_{n,m}}{\partial \theta} \end{pmatrix} \quad (75)$$

ただし, $W_{n,m} = r^n Y_{n,m}(\theta, \varphi)$

の和で書きあらわせることからつぎのようにして求められる。すなわち (75) で $n=1, m=0$ と採れば (72) と θ, φ 部分が同じになるから、あとは F, G, L を (72) と基礎方程式とにあうように選べば良いのである。実際は運動方程式からすぐに $L=0$ がわかるから、基礎方程式のうち連続の式を使うだけである。すなわち (72) より

$$(F + r^2 G)r = A_1 \frac{J_{3/2}(d_1 r)}{\sqrt{r}} \quad (76)$$

連続の式より

$$\frac{1}{r} \frac{dF}{dr} + r \frac{dG}{dr} + 4G = 0 \quad (77)$$

となつて

$$\left. \begin{aligned} G &= \frac{A_1 \alpha_1 J_{5/2}(\alpha_1 r)}{2r^{5/2}} \\ F &= \frac{A_1 J_{3/2}(\alpha_1 r)}{r^{3/2}} - \frac{A_1 \alpha_1 J_{5/2}(\alpha_1 r)}{2r^{1/2}} \end{aligned} \right\} \quad (78)$$

が得られる。したがつて v, w はつぎのようになる。

$$v = A_1 \left[\frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{r^{3/2}} - \frac{\alpha_1}{2} \frac{J_{5/2}(\alpha_1 r)}{r^{1/2}} \right] \frac{\partial Y_1(\theta_1, \varphi)}{\partial \theta} \quad (79)$$

$$w = 0 \quad (Y_1(\theta_1, \varphi) = \cos \theta \text{ 故}) \quad (80)$$

この \vec{u}_1 を図に書いたのが Fig. 7 である。

[E²] 方程式は (49), (51), (63) より

$$\nabla^6(ru_2) - C_0 L^2(ru_2) + \frac{C_0}{2} L^2(\vec{u}_1 \cdot \text{grad } \tau_1) = 0 \quad (81)$$

である。第 3 項のカッコの中は

$$\begin{aligned} & \frac{2A_1^2}{3\alpha_1^2} \frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{r^{3/2}} \left[\frac{d}{dr} \left\{ \frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{\sqrt{r}} \right\} - \frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{r^{3/2}} \right] P_2(\cos \theta) \\ & + \frac{2A_1^2}{3\alpha_1^2} \frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{r^{3/2}} \left[2 \frac{d}{dr} \left\{ \frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{\sqrt{r}} \right\} + \frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{r^{3/2}} \right] \end{aligned} \quad (82)$$

となるが、この第 1 項は $\frac{J_{5/2}(\beta_n r)}{r^{1/2}}$ で、(ただし $J_{5/2}(\beta_n)$

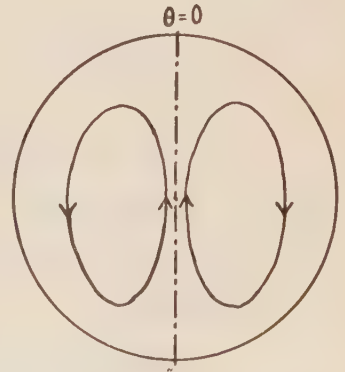


Fig. 7. General pattern of motion \vec{u}_1 .

$=0, n=1, 2, \dots$), 第 2 項は $\frac{J_{1/2}(n\pi r)}{r^{1/2}} (n=1, 2, \dots)$ でそれぞれ展開しなければならない. 計算は直交函数による展開係数を求める普通の方法で行なつた. u_2, τ_2 が求められると今度は v_2, w_2 を $[\varepsilon]$ と同じやり方で計算した. 結果はつぎのようになる.

$$\begin{aligned} u_2 &= A_2 \frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{r^{3/2}} \cos \theta + 0.12 A_1^2 \frac{J_{5/2}(\beta_1 r)}{r^{3/2}} P_2(\theta) + \dots \\ v_2 &= -A_2 \left[\frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{r^{3/2}} - \frac{\alpha_1 J_{5/2}(\alpha_1 r)}{2 \sqrt{r}} \right] \sin \theta - A_1^2 \left[0.09 \frac{J_{5/2}(\beta_1 r)}{r^{3/2}} \right. \\ &\quad \left. + 0.03 r^2 \frac{d}{dr} \left\{ \frac{J_{5/2}(\beta_1 r)}{r^{5/2}} \right\} \right] \sin 2\theta + \dots \\ w_2 &= 0 \\ \tau_2 &= \frac{2A_2}{\alpha_1^2} \frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{\sqrt{r}} \cos \theta + 0.011 A_1^2 \frac{J_{5/2}(\beta_1 r)}{\sqrt{r}} P_2(\theta) - 0.0067 A_1^2 \frac{J_{1/2}(\pi r)}{\sqrt{r}} \\ &\quad - 0.0043 A_1^2 \frac{J_{1/2}(2\pi r)}{\sqrt{r}} + \dots \end{aligned} \quad (83)$$

ここまでの段階で注目に値することは, 熱対流によつて運ばれる熱は球の表面で平均してみると 0 である, という事実である. これは平面の場合と違つた点である. すなわち

$$\oint \frac{\partial \tau_2}{\partial n} ds = \int \text{div} \cdot \text{grad } \tau_2 dv \quad (84)$$

を計算してみる. $\nabla^2 \tau_2$ は (48) (63) より

$$\begin{aligned} \nabla^2 \tau_2 &= -2ru_2 + \vec{u}_1 \cdot \text{grad } \tau_1 \\ &= \frac{2A_1^2}{3\alpha_1^2} \frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{r^{3/2}} \left[2 \frac{d}{dr} \left(\frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{\sqrt{r}} \right) + \frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{r^{3/2}} \right] + [P_2(\cos \theta) \text{ の term}] \end{aligned} \quad (85)$$

(84) の右辺の積分に効くのは (85) の第 3 辺第 1 項のみであるが, この部分をまず r に関して積分してみる.

$$\begin{aligned} &\int_0^1 \frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{r^{3/2}} \left[2 \frac{d}{dr} \left(\frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{\sqrt{r}} \right) + \frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{r^{3/2}} \right] r^2 dr \\ &\int_0^1 \left[r \frac{d}{dr} \left(\frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{\sqrt{r}} \right) + \left(\frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{\sqrt{r}} \right)^2 \right] dr = \int_0^1 \frac{d}{dr} (J_{3/2}(\alpha_1 r))^2 dr = 0 \end{aligned} \quad (86)$$

したがつてこれまでの段階では, 対流になつたからといつても, 別に熱が多く運び出されてゐるわけではないのである.

$[\varepsilon^3]$ 方程式は同様にして

$$\nabla^6(ru_3) - C_0 L^2(ru_3) + \frac{C_0}{2} L^2[\nabla^2 \tau_1 + \vec{u}_1 \cdot \text{grad } \tau_2 + \vec{u}_2 \cdot \text{grad } \tau_1] = 0 \quad (87)$$

である. この式の第 3 辺が $\frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{\sqrt{r}} Y_1(\theta, \varphi)$ を含んでいると方程式が解けないから, その係

数は 0 でなければならない。こうすることによつて今まで未知であつた A_1 の値が求まるのである。

$$A_1 = 7.8 \quad (88)$$

ほかの計算は今までのところ全く同じである。違いは手間が加速度的に増大するだけである。結果をまとめて下に書いておく。

$$\begin{aligned} u_3 &= A_3 \frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{r^{3/2}} P_1(\theta) - 0.75 \frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{r^{3/2}} P_1(\theta) + 2.0 A_2 \frac{J_{5/2}(\beta_1 r)}{r^{3/2}} P_2(\theta) + 48 \frac{J_{7/2}(\gamma_1 r)}{r^{3/2}} P_3(\theta) + \dots \\ \tau_3 &= \frac{2A_3}{\alpha_1^3} \frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{r^{1/2}} P_1(\theta) - 0.11 A_2 \frac{J_{1/2}(\pi r)}{r^{1/2}} - 0.063 A_2 \frac{J_{1/2}(2\pi r)}{r^{1/2}} \\ &\quad - \left\{ 0.74 \frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{r^{1/2}} + 0.65 \frac{J_{3/2}(\alpha_2 r)}{r^{1/2}} \right\} P_1(\theta) + 0.18 A_2 \frac{J_{5/2}(\beta_1 r)}{r^{1/2}} P_2(\theta) \\ &\quad + \left\{ 4.8 \frac{J_{7/2}(\gamma_1 r)}{r^{1/2}} + 1.6 \frac{J_{7/2}(\gamma_2 r)}{r^{1/2}} + 0.53 \frac{J_{7/2}(\delta_3 r)}{r^{1/2}} + 0.17 \frac{J_{1/2}(\gamma_4 r)}{r^{1/2}} + \dots \right\} P_3(\theta) + \dots \\ v_3 &= A_3 \left[\frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{r^{3/2}} - \frac{\alpha_1}{2} \frac{J_{5/2}(\alpha_1 r)}{r^{1/2}} \right] \frac{\partial P_1(\theta)}{\partial \theta} - 0.75 \left[\frac{J_{3/2}(\alpha_2 r)}{r^{3/2}} + \frac{r}{2} \frac{d}{dr} \left(\frac{J_{3/2}(\alpha_2 r)}{r^{3/2}} \right) \right] \frac{\partial P_1(\theta)}{\partial \theta} \\ &\quad + 1.0 A_2 r^2 \left[\frac{J_{5/2}(\beta_1 r)}{r^{5/2}} + \frac{r}{3} \frac{d}{dr} \left(\frac{J_{5/2}(\beta_1 r)}{r^{5/2}} \right) \right] \frac{\partial P_2(\theta)}{\partial \theta} \\ &\quad + 16 r^3 \left[\frac{J_{5/2}(\gamma_1 r)}{r^{7/2}} + \frac{r}{4} \frac{d}{dr} \left(\frac{J_{7/2}(\gamma_1 r)}{r^{7/2}} \right) \right] \frac{\partial P_3(\theta)}{\partial \theta} + \dots \\ w_3 &= 0 \end{aligned} \quad (89)$$

ただし、 r_j は $J_{7/2}(r_i) = 0$ をみたすものである。

以上計算は複雑で、また実際の地球の core にあてはめるにしては速度が $0(k/R) \sim 0(10^{-10})$ となつて実用に乏しいが、対流のごく初期における pattern とその強さとは知ることができた。

§. 8

回転が加わつた場合どうなるかの計算はさらに複雑になるから、 ε および回転を示す parameter Ω のベキに関して最初の項について行なつたのみであるが、§. 7 において言及したごとく対流が回転軸に関して一意的にきまることが示される。この場合基本方程式は (47), (48), (49) のうち (47) が

$$0 = -\text{grad } \varpi + \frac{C}{2} \vec{r} \tau + \vec{r}^2 \vec{u} - \Omega \vec{e} \times \vec{u} \quad (90)$$

と変わる。ただし $\Omega = 2\omega R^2/\nu$, ω は回転の角速度、 \vec{e} は回転軸に平行な単位ベクトル ($\varepsilon = 0$ の方向) である。(63) の展開を ε, Ω について行なえば、

$$\left. \begin{aligned} C &= (1 + \varepsilon^2) \sum_{n=0}^{\infty} C_n \Omega^n \\ \vec{u} &= \sum_{\substack{n=0 \\ m=1}}^{\infty} \varepsilon^n \Omega^m \vec{u}_{n,m}, \quad \vec{\tau} = \sum_{\substack{n=1 \\ m=0}}^{\infty} \varepsilon^n \Omega^m \tau_{n,m} \end{aligned} \right\} \quad (91)$$

となる。実際に計算を行なつた ε, Ω について各 1 次の場合、方程式はつぎのようになる。

$$\operatorname{div} \vec{u}_{1,1} = 0 \quad (92)$$

$$-2\vec{r} \vec{u}_{1,1} = \nabla^2 \tau_{1,1} \quad (93)$$

$$\nabla^2 \vec{u}_{1,1} - \operatorname{grad} \varpi_{1,1} + \frac{C_0}{2} \vec{r} \left\{ \tau_{1,1} + \frac{C_1}{C_0} \tau_{1,0} \right\} + \vec{u}_{1,0} \times \vec{e} = 0 \quad (94)$$

ただし $\vec{u}_{1,0}, \tau_{1,0}$ はそれぞれ前の \vec{u}_1, τ_1 である。また $\vec{e} = (\cos \theta, -\sin \theta, 0)$ である。回転のない場合と同じように計算すると

$$\nabla^6(ru_{1,1}) - C_0 L^2(ru_{1,1}) + \frac{C_1}{2} L^2 \nabla^2 \tau_{1,0} - \nabla^2 \{ \vec{r} \cdot \operatorname{rot} \operatorname{rot}(\vec{u}_{1,0} \times \vec{e}) \} = 0 \quad (95)$$

となる。 $\vec{u}_{1,0}$ の値は流れの方向を勝手にきめる以前の値、すなわち (72), (79), (80) でなしに

$$\vec{u}_{1,0} = \begin{pmatrix} u_{1,0} \\ v_{1,0} \\ w_{1,0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (F_{1,0} + r^2 G_{1,0}) r Y_1(\theta \cdot \varphi) \\ F_{1,0} r \frac{\partial Y_1}{\partial \theta} \\ F_{1,0} r \frac{\partial Y}{\sin \theta \partial \varphi} \end{pmatrix} \quad (96)$$

とする。つまり $Y_1 = \cos \theta$ とせず $Y_1 = \bar{a} \cos \theta + \bar{b} \sin \theta \sin \varphi + \bar{c} \sin \theta \cos \varphi$ とするのである。これらを代入すると (95) は

$$\begin{aligned} \nabla^6(ru_{1,1}) - C_0 L^2(ru_{1,1}) - \nabla^2 \left[\frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{\sqrt{r}} \left\{ \frac{2C_1}{\alpha_1^2} (\bar{a} \cos \theta + \bar{b} \sin \theta \sin \varphi + \bar{c} \sin \theta \cos \varphi) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\alpha_1^2}{2} (\bar{b} \sin \theta \cos \varphi - \bar{c} \sin \theta \sin \varphi) \right\} \right] = 0 \end{aligned} \quad (97)$$

となる。例によつて第 3 項のカッコの中はすべて 0 でなければならないから

$$C_1 \bar{a} = 0, \quad \frac{2C_1 \bar{b}}{\alpha_1^2} - \frac{\alpha_1^2}{2} \bar{c} = 0, \quad \frac{2C_1}{\alpha_1^2} \bar{c} + \frac{\alpha_1^2}{2} \bar{b} = 0 \quad (98)$$

これから

$$C_1 = 0, \quad \bar{b} = 0, \quad \bar{c} = 0 \quad (99)$$

となり $[\varepsilon]$ の段階の方向が決定されたことになる。すなわち対流は中心において回転軸に沿つて流れるのである。また $\vec{u}_{1,1}, \tau_{1,1}$ はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} u_{1,1} &= \frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{r^{3/2}} (\bar{a}_{1,1} \cos \theta + \bar{b}_{1,1} \sin \theta \sin \varphi + \bar{c}_{1,1} \sin \theta \cos \varphi) \\ \tau_{1,1} &= \frac{2}{\alpha_1^2} \frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{r^{3/2}} (\bar{a}_{1,1} \cos \theta + \bar{b}_{1,1} \sin \theta \sin \varphi + \bar{c}_{1,1} \sin \theta \cos \varphi) \\ v_{1,1} &= \left\{ \frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{r^{3/2}} - \frac{\alpha_1}{2} \frac{J_{5/2}(\alpha_1 r)}{r^{1/2}} \right\} (-\bar{a}_{1,1} \sin \theta + \bar{b}_{1,1} \cos \theta \sin \varphi + \bar{c}_{1,1} \cos \theta \cos \varphi) \\ w_{1,1} &= \left\{ \frac{J_{3/2}(\alpha_1 r)}{r^{3/2}} - \frac{\alpha_1}{2} \frac{J_{5/2}(\alpha_1 r)}{r^{1/2}} \right\} (\bar{b}_{1,1} \cos \varphi - \bar{c}_{1,1} \sin \varphi) - 0.43 \frac{J_{5/2}(\alpha_1 r)}{r^{3/2}} \sin 2\theta \end{aligned} \quad (100)$$

$\bar{a}_{1,1}$, $\bar{b}_{1,1}$, $\bar{c}_{1,1}$ はやはり後の段階で定まるものである。ここで唯一つ確定した項, $w_{1,1}$ の $-0.43 \frac{J_{5/2}(\alpha_1 r)}{r^{3/2}} \sin \theta$ を図示すれば Fig. 8 のような pattern である。これをみれば回転の影響は早くも運動にあらわれているといえよう。

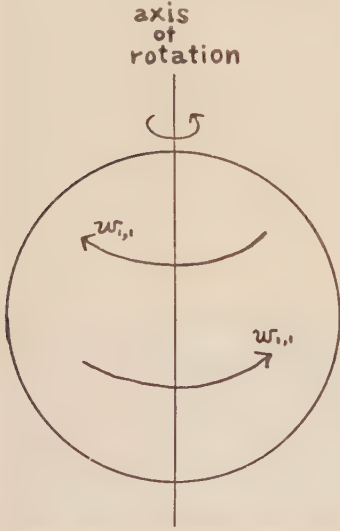


Fig. 8. General pattern of motion

$$-\frac{J_{5/2}(\alpha, r)}{r^{3/2}} \sin 2\theta.$$

を対流の強さの parameter にしているのである。しかし、このやり方ではある場合への拡張が行ないにくいようであるが、これについては後述述べることにする。また M.-V. の結果は 2 次元の場合の ε^2 を $\varepsilon^2=5$ まで計算してあるのと同様であるが、これは $(1+\varepsilon^2)$ とおくかわりに $\left(1 + \frac{\eta^2}{3\pi^2} - \frac{\eta^4}{54\pi^4} + \frac{4 \times 2.29 \times 10^3}{27\pi^4} \eta^6 + \dots\right)$ と parameter を数多く取つたため有利になつたのである。この論文でもそのように書き直すと M.-V. に一致することはいうまでもない。

参 考 文 献

- 1) Haskell, N. A.: Physics, 6, 265 (1935), 又は Sneddon: Fourier Transforms, McGraw-Hill, New York, (1951).
- 2) Hales, A. L.: M.N.R.A.S.G.S., 3, 372 (1935).
- 3) Bullard, E. C.: M.N.R.A.S.G.S., 5, 36 (1950).
- 4) Aki, K.: Journ. Phys. Earth, 4, 53, (1956).
- 5) Rayleigh, Lord: Phil. Mag., [6], 32, 529 (1916).
- 6) 古屋茂, 南雲仁一: 非線型振動論 (岩波講座現代応用数学) (1957).
- 7) Bénard, H.: Ann. Chim. Phys., 23, 62 (1901).
- 8) Chandrasekhar, S.: Phil. Mag., [7], 43, 1317 (1952).

坪井教授, 竹内助教授には色々御指導をいただいた。坪井教授はこのような基礎研究をもこころよく許され有益な御意見を寄せて下さつたし, 竹内助教授には熱対流開始の問題を教えていただいた最初より長い間多くの面倒をみていただいた。これらは著者にとつて非常に幸いであつたと感謝している。

【附記】 この論文を脱稿後 Malkus-Veronis が同様の論文 (J. Fluid Mech. 4, part 3, Jul. '58) を発表したことを Chandrasekhar 教授より知らせていただいた (Oct. 24 '58). M.-V. の展開方法はこの論文のと少し違つている。すなわち $\beta = \beta_0 + \beta_1 \varepsilon + \beta_2 \varepsilon^2 + \dots$, $\psi = \varepsilon \psi_1 + \varepsilon^2 \psi_2 + \dots$, と展開し $\psi_i (i \geq 2)$ は ψ_1 と直交するという条件をつけ加えて展開係数 β_i を求めるのである。すなわち最初にあらわれる pattern (ψ_1) の amplitude (ε)

熱対流の摂動解 [2]

東京大学理学部地球物理学教室 岡 井 敏

(昭和 34 年 11 月 18 日受理)

A Perturbation Method for Thermal Convection Problem. [2]

Bin OKAI

Geophysical Institute, Faculty of Science, The University of Tokyo

(Received Oct. 18, 1959)

In this paper, a theoretical investigation is made of the steady thermal convection in a two-dimensional fluid layer when it is heated uniformly from below under a simultaneous constraint of non-uniform temperature on its upper surface. Mathematically this is an extension of the method developed in the author's previous paper to a problem with inhomogeneous boundary conditions. It was found that the site of spontaneous convection cells is decided according to the surface temperature disturbance having the critical wave length. Surface disturbances having much larger or smaller wave length play very little part in this, while those having wave lengths close to the critical one are effective in determining the general feature of fluid motion.

§. 1

二次元の流体層を下から一様に熱し、しかも表面の温度を不均一に保つた場合の熱対流を考えてみた。目的は二つある。第一は表面の温度不均一が対流の pattern にどう影響するかを調べることである。もう一つの目的は地球物理学への応用である。最近、古地磁気学の研究から、昔の大陸移動説が再び注目され始めた^{1) 2) 3)}。そして大陸を動かしている力は mantle における熱対流ではないかと推測されている。他方、地下より来る熱を大陸と海底とで測定した結果、差異が認められないため、同じく mantle に熱対流があると好都合だと考えられ始めた。mantle の熱対流を論ずるには、放射性物質を含んでいる crust を、表面温度の不均一さに対応させればよい。但し、地球の mantle における状態は、以下述べる方法で扱える範囲から遙かに先へはずれているから、ここで出てきた結果は単なる参考に止まるに過ぎない。

次に、あらかじめ、数学的方法を述べる。要点は前の論文⁴⁾(以後 [1] と書く)と全く同じであるが、途中の過程を正確にしたので、多少拡張して使えるようになった。その説明を簡単な例で示すことにする。いま、

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + y = \epsilon f\left(y, \frac{dy}{dx}\right), \quad 0 \leq y \leq \pi \quad (1)$$

を $x=0$, および $x=\pi$ で $y=0$ という斉次境界条件のもとに解くとしよう。そのため、非線

型振動論のやり方にならつて、

$$y = y_0 + \varepsilon y_1 + \varepsilon^2 y_2 + \cdots \quad (2)$$

と展開し、(2)を(1)に代入し、 ε のべきで整理し、その係数をすべて0とおいて順次 y_0, y_1, \cdots を求めればよい。すなわち、

$$[\varepsilon^0], \frac{d^2 y_0}{dx^2} + y_0 = 0, \text{ より } y_0 = A_0 \sin x \text{ が求まる.}$$

但し、 A_0 は未定である。

$$[\varepsilon] \quad \frac{d^2 y_1}{dx^2} + y_1 = f(A_0 \sin x, A_0 \cos x) \\ = f_1(A_0) \sin x + f_2(A_0) \sin 2x + \cdots \quad (3)$$

[1]では、(3)で $f_1(A_0)$ が0でないと「 y_1 は発散するから」という理由で、(事実 $f_1 = C \sin x$ とすれば、(3)の左辺は $0 \times C \sin \pi y$ となる。) $f_1(A_0) = 0$ 、とおいて A_0 を求めたのであつた。このやり方は、境界条件が上に述べたようなものであるときは正しい、しかし、境界条件を非斉次にして、たとえば $x=0$ で $y=0$ 、 $x=\pi$ で $y=\varepsilon$ とすると、「発散を防ぐ」と大ざつぱに考えたのでは解は求まらない。一般解を求めて、それを境界条件にあわす操作を、省略なしにしなければならぬ。すなわち(3)の一段解

$$y_1 = A_1 \sin x - \frac{f_1(A_0)}{2} x \cos x + \cdots \quad (4)$$

が $x=0$ で $y_1=0$ 、 $x=\pi$ で $y_1=1$ となるように A_0 をえらんで $\left(\frac{f_1(A_0)}{2} \pi = 1\right)$ 始めて解は求まるのである。これで、[1]において提案した方法が、非斉次境界条件の場合に拡張されたことになつた。以下、このやり方で問題を処理してゆくことにする。なお、Malkus-Vernis⁵⁾のやり方は、上の例でいうなら、 $\varepsilon = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \delta^n$ 、 $y = \sum_{n=0}^{\infty} \delta^{n+1} y_n$ 、 $y_0 = \sin x$ 、とおいて、 a_n を求めることに相当する。但し $\int_0^\pi y_0 y_i dx = 0$ ($i \geq 1$)という直交条件をつけ加えねばならないから、非斉次境界条件の場合には拡張しにくいようである。

§. 2

基本式は[1]の(7)、(8)である。

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \tau}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \tau}{\partial y} + \frac{\partial \phi}{\partial x} = \nabla^2 \tau, \quad (5)$$

$$\nabla^4 \phi = R \frac{\partial \tau}{\partial x}, \quad (6)$$

ϕ は流れの函数、 τ は温度の直線部分からの外れ、ともに無次元化してある。また R はRayleigh numberである、函数の展開方法は[1]の(16)のとおりとする。

$$R=(1+\varepsilon^2)R_0, \quad \phi=\Sigma \varepsilon^n \phi_n, \quad \tau=\Sigma \varepsilon^n \tau_n, \quad (7)$$

R_0 は臨界 Rayleigh number, ここでは $\frac{27}{4}\pi^4$ である.

また境界条件も “表面温度の不均一さ” を除いては [1] と全く同じにする. すなわち

$$\frac{\partial \phi}{\partial x}=0, \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}-\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}=0 \quad (y=0, 1) \quad (8)$$

$$\tau=0, \quad (y=1) \quad (9)$$

表面温度の不均一さは, 球殻の場合に対応させるため, ある波長 L をもつて繰返されているとする. L は当然, 対流の最初に自然発生する渦の波長 l を整数倍したものに等しくなければならない. 今は仮に $L=4l=8\sqrt{2}$ としてみた (Fig. 1). これを式であらわせば次のようになる.

$$\left. \begin{aligned} \tau_i &= 0, \quad (i \neq 3) \\ \tau_3 &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8\sqrt{2}}{2\pi} \delta_n \cos \frac{2\pi}{8\sqrt{2}} n(x+\theta_n), \end{aligned} \right\} \quad (y=1) \quad (10)$$

なお, τ_3 にだけ “不均一さ” を背負わせたのは単なる技術的な手段である. 以下, これを [1] と同じように解いてゆけばよい.

§. 3

$[\varepsilon]$, $[\varepsilon^2]$ の段階は [1] と全く同じである. 但し [1] では, 一つの下降流の x 座標を $x=0$ と人為

的にきめたのに対し, 今の場合, このような人為的な要素を入れてはならないから, その点が違ってくる.

$$[\varepsilon] \quad \left\{ \begin{aligned} \nabla^4 \phi_1 &= R_0 \frac{\partial \tau_1}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_1}{\partial x} &= \nabla^2 \tau_1 \end{aligned} \right. \quad (11)$$

$$(12)$$

境界条件は $\frac{\partial \phi_1}{\partial x}=0, \quad \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial y^2}-\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2}=0, \quad \tau_1=0, \quad (y=0, 1)$ である. 解は

$$\left\{ \begin{aligned} \phi_1 &= A_1 \sin \pi y \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}}(x+x_1) \end{aligned} \right. \quad (13)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \tau_1 &= -\frac{\sqrt{2}}{3\pi} A_1 \sin \pi y \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}}(x+x_1) \end{aligned} \right. \quad (14)$$

となる. すなわち, A_1 の他に位相 x_1 が未定の数として加わるのである. これは [1] と同じく後で求まるようになっている.

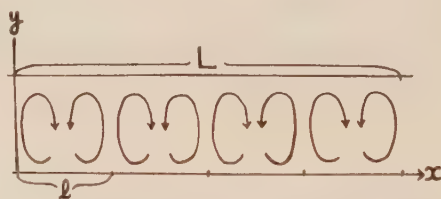


Fig. 1. Geometry of the fluid layer under investigation.

[ε²]

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla^4 \phi_2 = R_0 \frac{\partial \tau_2}{\partial x} \end{array} \right. \quad (15)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial \phi_1}{\partial y} \frac{\partial \tau_1}{\partial x} - \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial \tau_1}{\partial y} + \frac{\partial \phi_2}{\partial x} = \nabla^2 \tau_2 \end{array} \right. \quad (16)$$

境界条件は [ε] と同じ, suffix の 1 を 2 に置きかえたものである。解は

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_2 = A_2 \sin \pi y \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}}(x+x_2) \end{array} \right. \quad (17)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_2 = -\frac{\sqrt{2} A_2}{3\pi} \sin \pi y \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}}(x+x_2) - \frac{A_1^2}{24\pi} \sin 2\pi y \end{array} \right. \quad (18)$$

となつて, ここでも新たに未知の位相 x_2 が加わつてくる。

[ε³]

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla^4 \phi_3 = R_0 \frac{\partial \tau_3}{\partial x} + R_0 \frac{\partial \tau_1}{\partial x} \end{array} \right. \quad (19)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \phi_1}{\partial y} \frac{\partial \tau_2}{\partial x} + \frac{\partial \phi_2}{\partial y} \frac{\partial \tau_1}{\partial x} - \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial \tau_2}{\partial y} - \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \frac{\partial \tau_1}{\partial y} + \frac{\partial \phi_3}{\partial x} = \nabla^2 \tau_3 \end{array} \right. \quad (20)$$

この段階で, 始めて境界条件が変つてくる。すなわち,

$$\frac{\partial \phi_3}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial^2 \phi_3}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \phi_3}{\partial x^2} = 0, \quad (y=0, 1), \quad \tau_3 = 0, \quad (y=0) \quad (21)$$

$$\tau_3 = \frac{8\sqrt{2}}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \delta_n \cos \frac{2\pi}{8\sqrt{2}} n(x+\theta_n), \quad (y=1) \quad (22)$$

先ず (19), (20) をを一つの式にまとめると,

$$\begin{aligned} \nabla^6 \phi_3 - \frac{27}{4} \pi^4 \frac{\partial^2 \phi_3}{\partial x^2} &= \frac{\pi^2}{2} A_1 R_0 \left[\frac{A_1^2}{24} - 1 \right] \sin \pi y \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}}(x+x_1) \\ &\quad - 1352 A_1^3 \sin 3\pi y \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}}(x+x_1) \end{aligned} \quad (23)$$

となる。 ϕ_3 は (23) からわかるように, x 方向の色々な波長を含んでいる。それで次の形を仮定する。

$$\phi_3 = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(y) \sin \frac{2\pi}{8\sqrt{2}} n(x+\theta_n) + 0.000164 A_1^3 \sin \pi y \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}}(x+x_1), \quad (24)$$

この最後の項は (23) の右辺第二項の解である。ここで念のために境界条件 (21), (22) を, f_n だけを使つた形に書き直しておく。

$$f_n = 0, \quad \ddot{f}_n = 0 \quad (y=0, 1) \quad (25)$$

$$\ddot{\ddot{f}}_n = 0, \quad (y=0) \quad (26)$$

$$\ddot{\ddot{f}}_n = -R_0 n \delta_n \quad (y=1) \quad (27)$$

f_n の中で最も厄介なのは, x 方向に自然発生の渦と同じ波長をもつ f_4 である。それを先に扱うことにする。

i) f_4 , まず (23) と (24) とから,

$$x_1 = \theta_4 \quad (28)$$

でなければならないことが分かる。すなわちここで $[\varepsilon]$ の段階で未定であつた位相 x_1 がきまるのである。また、(23) から f_4 に関係する部分のみを取りだすと、

$$\left[\frac{d^2}{dy^2} - \frac{\pi^2}{2} \right] f_4(y) + \left(-\frac{3\pi^2}{2} \right) f_4(y) = \frac{A_1 R_0}{2} \pi^2 \left[\frac{A_1^2}{24} - 1 \right] \sin \pi y \quad (29)$$

となる。この非斉次常微分方程式をとくために §. 1 で述べた方法を使う。最初に (29) の特解を求める。それには公式通り

$$f_4(y) = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i h_i(y) \quad (30)$$

とおいて、常数変化法で $\alpha_1 \sim \alpha_6$ をきめることにする。但し $h_1 \sim h_6$ は (29) の右辺を 0 としたときの斉次微分方程式の解 (左から順に)

$$\sin \pi y, \cos \pi y, e^{(3,94+1,62i)y}, e^{-(3,94+1,62i)y}, e^{(3,94-1,62i)y}, e^{-(3,94-1,62i)y} \quad (31)$$

である。また α_i は次の式から求められる。

$$\alpha_i = \frac{A_1 R_0 \pi^2}{2A} \left[\frac{A_1^2}{24} - 1 \right] \int A_i \sin \pi y dy, \quad (32)$$

$$A = \begin{vmatrix} h_1 & \dots & h_6 \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ h_1^{(5)} & \dots & h_6^{(5)} \end{vmatrix}, \quad A_i = \begin{vmatrix} h_1 & \dots & \overset{i}{0} & \dots & h_6 \\ \dots & 0 & \dots & \dots & \dots \\ \dots & 0 & \dots & \dots & \dots \\ h_1^{(5)} & \dots & 1 & \dots & h_6^{(5)} \end{vmatrix} \quad (33)$$

A, A_i の計算の結果を記すと

$$A = 2.22 \times 10^4 \pi^{13} \quad (34)$$

$$\begin{cases} A_1 = 3.29 \times 10^3 \pi^8 \cos \pi y, A_2 = -3.29 \times 10^3 \pi^8 \sin \pi y \\ A_3 = -(307 + 237i) \pi^9 e^{-(3,94+1,62i)y}, A_4 = (307 + 237i) \pi^9 e^{(3,94+1,62i)y} \\ A_5 = -(307 - 237i) \pi^9 e^{-(3,94-1,62i)y}, A_6 = (307 - 237i) \pi^9 e^{(3,94-1,62i)y} \end{cases} \quad (35)$$

である。この特解に更に $h_1 \sim h_6$ の一次結合を加えれば一般解になる。 a_i を未定の数とすれば、それは

$$f_4(y) = \sum_{i=1}^6 a_i h_i(y) - \frac{3.70 A_1 R_0}{10^2 \pi^3} \left[\frac{A_1^2}{24} - 1 \right] y \cos \pi y, \quad (36)$$

となる。次に、(36) が境界条件 (25), (26), (27) をみたすようにする。式は 6 コ得られる。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=2}^6 a_i h_i(0) &= 0, \\ \sum_{i=2}^6 a_i h_i(1) &= \frac{-3.70 A_1 R_0}{10^2 \pi^3} \left[\frac{A_1^2}{24} - 1 \right], \\ \sum_{i=2}^6 a_i \ddot{h}_i(0) &= 0, \\ \sum_{i=2}^6 a_i \ddot{h}_i(1) &= \frac{3.70 A_1 R_0}{10^2 \pi} \left[\frac{A_1^2}{24} - 1 \right], \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=2}^6 a_i \ddot{h}_i(0) &= 0, \\ \sum_{i=2}^6 a_i \ddot{h}_i(1) &= \frac{-3.70 A_1 R_0 \pi}{10^2} \left[\frac{A_1^2}{24} - 1 \right] - 4 R_0 \delta_4, \end{aligned} \right\}$$

ここで左辺の和を $i=2$ より始めたのは、 $h_i(y) = \sin \pi y$ は上の境界条件に寄与しないからである。さて左辺は $a_2 \sim a_6$ の 5 コの未知数しか含んでいないのに、式は合計 6 コある。従つて境界条件を満足する解 $f_4(y)$ があるためには、この 6 コの式は一次独立であつてはいけない。ゆえに上の 6 コの式に、上から順々に、すべては 0 でない $\xi_1 \sim \xi_6$ を掛けて加え合わせると、各 a_i の係数を 0 にすることができる。このような $\xi_1 \sim \xi_6$ は、次の一次連立方程式を満足しなければならない。

$$\xi_1 h_i(0) + \xi_2 h_i(1) + \xi_3 \ddot{h}_i(0) + \xi_4 \ddot{h}_i(1) + \xi_5 \ddot{h}_i(0) + \xi_6 \ddot{h}_i(1) = 0, \quad (i=2 \cdots 6), \quad (38)$$

ところで、この $\xi_1 \sim \xi_6$ を (37) の右辺に順に掛けて加え合わせてみると、これまた、0 となる必要がある。

$$\frac{3.70 A_1 R_0}{10^2 \pi^3} \left[\frac{A_1^2}{24} - 1 \right] (-\xi_2 + \pi^2 \xi_4 - \pi^4 \xi_6) - 4 R_0 \delta_4 \xi_6 = 0 \quad (39)$$

ここで未定なのは A_1 だけである。従つて (36) は A_1 を決定する式なのである。 ξ_i は $\xi_2 = 1$ とすると (38) から、

$$\xi_2 = 1, \quad \xi_3 = \frac{10}{13\pi^2}, \quad \xi_4 = -\frac{10}{13\pi^2}, \quad \xi_5 = \frac{4}{13\pi^4}, \quad \xi_6 = \frac{4}{13\pi^4}, \quad (40)$$

と求まる。これを (39) に代入すると、 A_1 を決定する式は最終的に

$$A_1 \left[\frac{A_1^2}{24} - 1 \right] = \frac{-16}{\pi} \delta_4 \quad (41)$$

となる。左辺は A_1 に関して 3 次式だから、ある δ_4 に対しては、根が 3 コ求まつてくる。併しそのうちの 2 コは無意味な根である。例えば Fig. 2 のように、根が A_1, A_1', A_1'' であつたとしても A_1 のみが実際の根である。というのは、 δ_4 の絶対値を連続的に増大させてみると、 $A_1' = A_2''$ となつてから先は、 A_1' も A_2'' も急に存在しなくなつて不合理だからである。さて後は a_i をきめれば f_4 がすっかりきまつたことになるが、これらは (37) からすぐ求まる。なお $a_1 \equiv A_3$ はきまらないから、 $[\epsilon]$ や $[\epsilon^2]$ のときと同じく $A_3 \sin \pi y \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}}$ ($x+x_3$) の不定さがまた加わる。

(41) の関係式は、若干の紆余曲折の後に得られたものであるが、次の経路をたどると、ずつと簡単に導きだせる。すなわち Green の積分定理を得るときのように、(29) とその斉次の微分方程式 (に斉次境界条件の解 $\sin \pi y$ を入れたもの)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}[\sin \pi y] = & \left[\frac{d^2}{dy^2} - \frac{\pi^2}{2} \right]^3 \sin \pi y \\ & + \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^3 \sin \pi y = 0 \end{aligned} \quad (42)$$

とにそれぞれ $\sin \pi y$, $f_4(y)$ を掛けて, 0 から 1 まで積分したものを引き合くと, 次の式が得られる.

$$\begin{aligned} \int_0^1 \{f_4 \mathcal{L}[\sin \pi y] - \sin \pi y \mathcal{L}[f_4]\} dy \\ = -\frac{A_1 R_0}{4} \pi^2 \left[\frac{A_1^2}{24} - 1 \right] \end{aligned} \quad (43)$$

左辺は部分積分すれば, $-\pi \frac{d^4 f_4(y)}{dy^4} \Big|_{y=1}$ が残るだけである. これに (27) を代入すると (41) が簡単に得られるのである. 併しこのやり方では $f_4(y)$ の函数形まで求まるわけではないから, 矢張り前の複雑な方法を使わざるを得ない.

ii) f_n , ($n \neq 4$), 最後に

$$\nabla^6 f_n(y) \sin \frac{2\pi}{8\sqrt{2}} n(x+\theta_n) - \frac{27}{4} \pi^4 f_n(y) \frac{d^2}{dx^2} \sin \frac{2\pi}{8\sqrt{2}} n(x+\theta_n) = 0 \quad (44)$$

$$f_n(y) = 0, \quad \ddot{f}_n(y) = 0, \quad (y=0, 1), \quad \ddot{\ddot{f}}_n(y) = 0, \quad (y=0), \quad (45)$$

$$\text{および} \quad \ddot{\ddot{f}}_n(y) = -n R_0 \delta_n, \quad (y=1) \quad (46)$$

の境界条件のもとで解く. これは普通の通り $f_n(y) = \sum_{i=1}^3 c_i \pm e^{\pm p_i y}$ とおいて $c_i \pm$ を境界条件にあ

わせればよい. ここに p_i は, $\left(p^2 - \frac{n^2 \pi^2}{32}\right)^3 + \frac{27 \pi^6}{128} n^2 = 0$ の根, $p_1^2 = \frac{n^2 \pi^2}{32} - \frac{3 \pi^2}{4} \left(\frac{n^2}{2}\right)^{1/3}$

$= -s^2$, $p_2^2 = \frac{n^2 \pi^2}{32} + \frac{3 \pi^2}{8} \left(\frac{n^2}{2}\right)^{1/3} (1 + \sqrt{3} i) \equiv (q + ri)^2$, $p_3^2 = (q - ri)^2$ である. f_n , ($n \neq 4$), を s ,

q , r を使つて具体的に書くと次のようになる.

$$\begin{aligned} f_n = & \frac{n R_0 \delta_n}{q r \{s^2 + q^2 + r^2\} - 4 q^2 r^2} \left[-q r \frac{\sin s y}{\sin s} \right. \\ & + \frac{s^2 + q^2 - r^2}{\sqrt{3} (e^{2q} + e^{-2q} - 2 \cos 2r)} \left\{ e^{q(y+1)} \cos \left(r y - 1 + \frac{\pi}{3} \right) + e^{-q(y+1)} \cos \left(r y - 1 - \frac{\pi}{3} \right) \right. \\ & \left. \left. - e^{q(y-1)} \cos \left(r y + 1 + \frac{\pi}{3} \right) - e^{-q(y-1)} \cos \left(r y + 1 - \frac{\pi}{3} \right) \right\} \right] \quad (n \neq 4), \end{aligned} \quad (47)$$

以上, ψ_3 をすべてままとめると, 次の式になる.

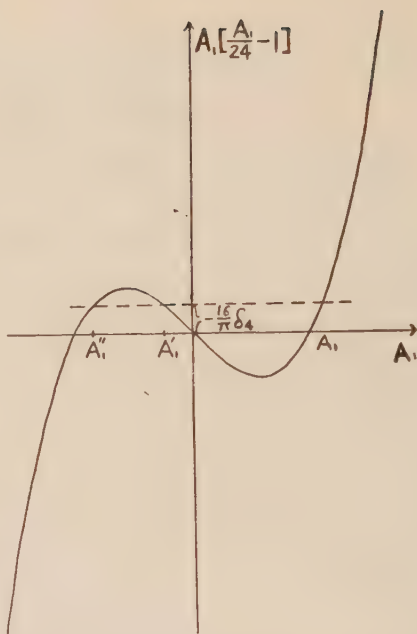


Fig. 2. Curve for deciding the amplitude of a spontaneous cell.

$$\begin{aligned}\phi_3 = & A_3 \sin \pi y \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}}(x+x_3) + 0.000164 A_1^3 \sin 3\pi y \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}}(x+\theta_4) \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \delta_n f_n(y) \sin \frac{2\pi}{8\sqrt{2}} n(x+\theta_n)\end{aligned}\quad (48)$$

$f_n(y)$ の函数形は具体的に式で書かずに図で示することにする (Fig. 3). f_3 と f_5 とが圧倒的に大きい。

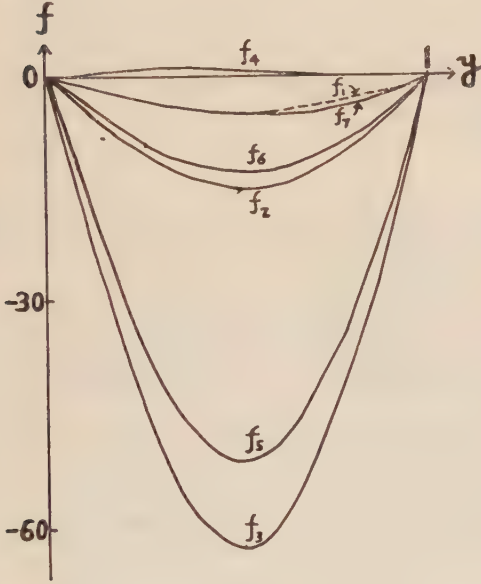


Fig. 3. f_i 's in (48).

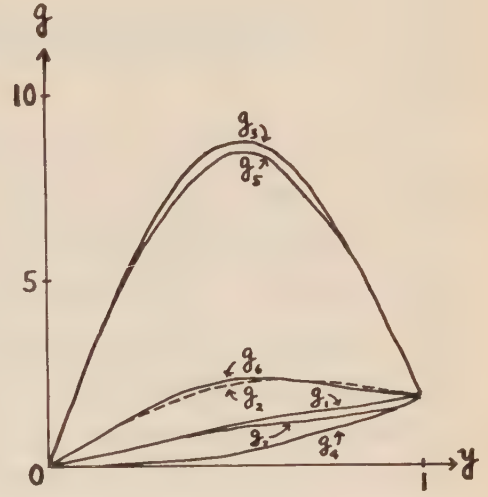


Fig. 4. f_i 's in (50).

次に τ_3 を (20) より計算する。注意しなければならないのは、

$$\nabla^2 \tau = 0 \quad (49)$$

の解 $e^{\pm \frac{n\pi}{4\sqrt{2}} y} \cos \frac{n\pi}{4\sqrt{2}} (x+\theta_n)$, ($n=1, 2, \dots$) を適当に加えて境界条件を満足させることだ

けである。結果は次のようになる。

$$\begin{aligned}\tau_3 = & -\frac{A_1 A_2}{12\pi} \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}} (\theta_4 - x_2) \sin 2\pi y - \frac{\sqrt{2} A_3}{3\pi} \sin \pi y \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}} (x+x_3) \\ & - 0.000986 A_1^3 \sin 3\pi y \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}} (x+\theta_4) + 0.00623 A_1^3 \sin \pi y \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}} (x+\theta_4) \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \delta_n g_n(y) \cos \frac{2\pi}{8\sqrt{2}} n(x+\theta_n)\end{aligned}\quad (50)$$

$g_n(y)$, ($n=1 \dots 7$) は Fig. 4 に示してある。

$$[\varepsilon^4] \quad \left\{ \begin{aligned} \nabla^4 \phi_4 &= R_0 \frac{\partial \tau_4}{\partial x} + R_0 \frac{\partial \tau_2}{\partial x}, \end{aligned} \right. \quad (51)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \phi_1}{\partial y} \frac{\partial \tau_3}{\partial x} + \frac{\partial \phi_2}{\partial y} \frac{\partial \tau_2}{\partial x} + \frac{\partial \phi_3}{\partial y} \frac{\partial \tau_1}{\partial x} - \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial \tau_3}{\partial y} - \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \frac{\partial \tau_2}{\partial y} - \frac{\partial \phi_3}{\partial x} \frac{\partial \tau_1}{\partial y} + \frac{\partial \phi_4}{\partial x} = \nabla^2 \tau_4, \end{aligned} \right. \quad (52)$$

境界条件は $[\varepsilon]$, $[\varepsilon^2]$ の場合と全く同じの斉次型である。解き方は繰り返すまでもないから、 A_2 を求める式だけを書いておく。[1] と同じく

$$\frac{A_2 \pi^2}{2} \left[\frac{A_1^2}{2} - 1 \right] = 0, \quad (53)$$

となる。しかるに δ_4 の如何にかかわらず、 $A_1^2 > 8$ であるから

$$A_2 = 0 \quad (54)$$

となる。

$[\varepsilon^5]$ 以下で気付くことは、 δ_3 , δ_5 に関する項の収斂が非常に悪いことである。これらの計算のためには更に新しい方法を考慮する必要がある。

§. 4

具体的に δ_4 に適当な値を与えて、温度、流線などがどのようなになっているかを見るのは興味があることと思われる。それで二三の例について計算してみた。

i) 上下の温度差が臨界値を 10% 越え、($\varepsilon^2=0.1$)、しかも表面に上下温度差の 10% の振幅をもつて ($\delta_4=1.75$)、 $\cos \frac{\pi}{\sqrt{2}}x$ のように変化する温度不均一があるとき、(41) より $A_1 = -7.35$ 。大体の模様は Fig. 5 のようになる。対流渦の位置は表面の不均一さのために完全に規定される。すなわち、表面温度の高いところで上昇流となり、低いところで下降流となる。併し pattern そのものは表面温度が一樣であるときと殆んど変らない(cf. [I], Fig. 5)。なお念のためにつけ加えておくと、表面温度の不均一さが $\cos \frac{\pi}{\sqrt{2}}x$ で変化しているとすれば、その振幅がどんなに小さくても、pattern の位置は Fig. 5 のごとくにきまってしまうのである。

ii) 上下の温度差は i) と同じで、表面温度の不均一さが

$$\tau_3 = 3.15 \left[\cos \frac{\pi}{4\sqrt{2}}x + \frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}}x \right], \quad (y=1) \quad (55)$$

のとき、すなわち、 $8\sqrt{2}$ という長い波長の不均一が上下の温度差の 10% の振幅を持ち、i) と同じ波長の不均一がその半分の振幅を持っていると

き、Fig. 6 に見られるように、大きな波長の不均一さは対流にあまり影響しない。表面で高温のところも低温のところも、内部の渦や温度に差異を与えるほどではない。まして、低温のところに（海の下に相当）上昇が集中し、高温のところで（陸の下に相当）下降流となつてい

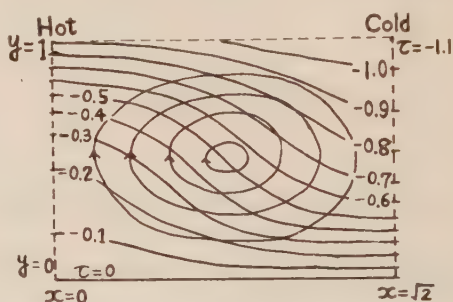


Fig. 5. Isotherms and stream lines when the temperature difference between the upper and lower surfaces is 10% in excess of the critical value. The surface temperature disturbance is of a form $\cos \frac{\pi}{\sqrt{2}}x$ and its amplitude is 10% of the temperature difference.

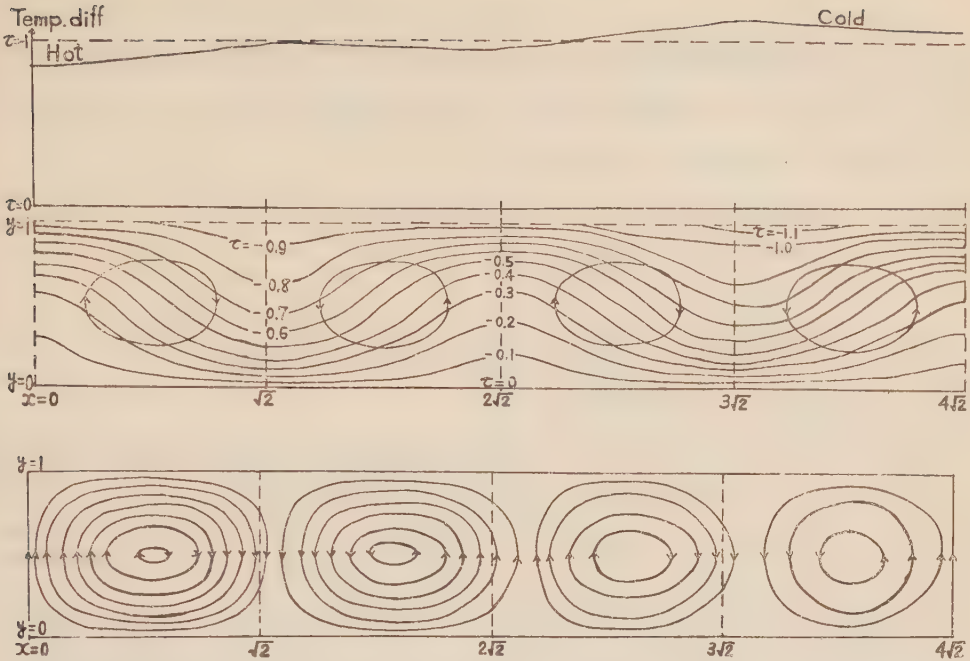


Fig. 6. Isotherms and stream lines when the temperature difference between the upper and lower surfaces is 10% in excess of the critical value. The surface temperature disturbance is $0.1T_{\text{diff}}\left[\cos\frac{\pi}{4\sqrt{2}}x + \frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{\sqrt{2}}x\right]$, in other words, the amplitude of the wave length $8\sqrt{2}$ is 10% of the temperature difference, while that of the wave length $2\sqrt{2}$ is half as large.

Fig. 7. Stream lines when the temperature difference between the upper and lower surfaces is only 0.3% in excess of the critical value. The surface temperature disturbance is $0.003T_{\text{diff}}\cos\frac{3\pi}{4\sqrt{2}}x + o(1)\cos\frac{\pi}{\sqrt{2}}x$, in order words, the amplitude of the wave length $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ is 0.3% of the temperature difference, while that of the wave length $2\sqrt{2}$ is infinitesimal.

る，というようなことは全く見られない。

iii) 表面における温度不均一さを一番内部にまで滲透させているのは δ_s と並んで δ_s の項である。しかしこの項は $[\varepsilon^3]$ 以下で収斂が非常に悪いから，温度勾配は臨界値の 0.3% 増，表面の温度不均一さも同じく上下温度差の 0.3% とする。また $2\sqrt{2}$ の波長の不均一さは極く僅かとした。すなわち，

$$\begin{cases} \tau_s = 18.3 \cos \frac{3\pi}{4\sqrt{2}}x + o(1) \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}}x, & (y=1) \\ \varepsilon^3 = 0.003 \end{cases} \quad (56)$$

流線を図に書いたのが Fig. 7 である。他の場合に比べて，自然発生の渦（波長の $2\sqrt{2}$ ）の様子を随分変えているのが分かる。

以上分かったことをまとめると次のごとくになる。対流が激しくない段階で、表面に温度不均一があると、自然発生の対流の渦は位置が規定される。またこの渦より非常に大きい波長や非常に小さい波長の表面温度の不均一さは、対流の様相に殆んど変化を与えないけれども、不均一さの波長がその渦の波長に近い場合

Fig. 8 は、地形を球函数に展開したときの振幅を示す図である。Chandrasekhar は、球内の熱対流は $l=1$ の pattern のが一番起り易く⁶⁾、地球の mantle 程度の球殻では $l=3$ および 4 のが一番起り易い^{7), 8)} ことを計算で示し、 $l=3$ および 4 の地形が卓越しているのは、主に mantle の熱対流のためだろ

う、と推論している。Fig. 8 で l のもつと大きいところを見てみると、 $l=5$ では振幅はかなり大きいのに、 $l=6$ になると急に減っているのがわかる。この事実は、「自然発生の渦にごく近い波長の disturbance ($l=5$) は、他の disturbance ($l \geq 6$) に比べて、pattern に大きい影響をおよぼす」という結論と比べると、興味深いと思われる。

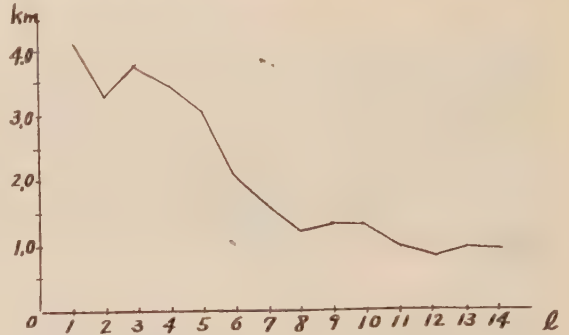


Fig. 8. Root mean square amplitude (in km) of a spherical harmonic of order l in the topographic analysis of the earth's surface after Vening Meinesz.

参 考 文 献

- 1) Blackett, P. M. S.: Lectures on Rock Magnetism, Jerusalem, Weitzmann Science Press (1956)
- 2) Runcorn, S. K.: Adv. in Phys., **4**, 244, (1955).
- 3) Creer, K. M., Irving, E. and Runcorn, S. K.: J. Geomag. Geoelec., **6**, 163, (1954).
- 4) Okai, B.: Zisin, **13**, 8, (1960).
- 5) Malkus, W. V. R. and Veronis, G.: J. Fluid Mech. **4**, 225, (1958).
- 6) Chandrasekhar, S.: Phil. Mag. [7], **43**, 1317, (1952).
- 7) Chandrasekhar, S.: Phil. Mag. [7], **44**, 233, (1953).
- 8) Chandrasekhar, S.: Phil. Mag. [7], **44**, 1129, (1953).

Vector seismograph によつて観測された 脈動の伝播方向

京都大学理学部阿武山地震観測所 岡野健之助

(昭和 35 年 1 月 16 日受理)

Direction of Approach of Microseisms Observed by Vector Seismographs

Kennosuke OKANO

Abuyama Seismological Observatory, Faculty of Science,
Kyoto University

(Received Jan. 16, 1960)

To find the origin of microseisms, it is important that arrival directions of microseismic waves should be clearly observed. For this purpose, the writer recorded orbital motions in UD-EW, UD-NS and EW-NS planes simultaneously by vector seismographs. He selected waves of the pure Rayleigh-type and investigated the frequency distribution of arrival directions of these waves. The results obtained are as follows. All directions found, with one exception, point toward the coast.

The frequency of the direction shows neither the equitable distribution nor the random one, but there is a constant pattern of distribution with respect to the coast regardless of the position of a center of low pressure.

The particle orbits suggest that microseismic waves do not always come continuously from definite directions.

§. 1 ま え が き

脈動は低気圧の中心で発生するのか、あるいは海洋波として海岸まで伝播し海岸近くで脈動を発生するのか、という議論が多くの人々によつてなされてきた。日本における IGY の脈動観測は、脈動源が海岸近くにあると考えられる結果をえた¹⁾²⁾³⁾。しかしこれらは直接伝播方向を観測してえられたものではない。脈動源をはつきりとらえ、その発生機巧を明らかにするためには、どうしても伝播方向を観測しなくてはならない。もちろん現在までも脈動の伝播方向を観測した人は数多いが、未だ上記の問題を解決するまでにはいたっていない。それは多くの人々が採用した三点観測法が、脈動のようないろいろな方向から来る多くの波が重なり合っている場合には適当な方法ではないためと思われる。そこで筆者は三点観測法によらず、複雑な波の中から単一の波を選び出しこれらの波だけについて伝播方向を調べるとする方法をとった。これが可能であれば伝播方向について明確な推論ができる筈である。

単一の波を選び出すために、Vector seismograph によつて Particle orbit を調べた。こ

れによるとしばしば単一に近い Rayleigh 波がえられたのでこれから伝播方向を調べたところ、低気圧の中心位置に関係なくほとんど日本海および太平洋岸から伝播してくることが分つた。

この Vector seismograph によつてえられた Orbit から伝播方向を求めることは Strobach⁴⁾ によつて行なわれているが、これは水平面上の Orbit だけであり、単一の波を選び出すという方法をとっていない。

§. 2 観測方法

観測した場所は京都大学の阿武山地震観測所である。Vector seismograph については前に報告したが³⁾、今度は UD—NS, UD—EW, EW—NS の三平面上の Orbit を同時に記録できるようにした。レコーダーはプロマイドを約 4 秒間停止させ約 1 秒間動かした。点光源を簡単に得るためにジルコンランプを使った。

§. 3 観測結果

Orbit を見ると脈動が Rayleigh type の波であることは間違いないと思われるので Rayleigh wave として扱った。Fig. 1 に見られるように記象は大そう複雑な運動を示していて、

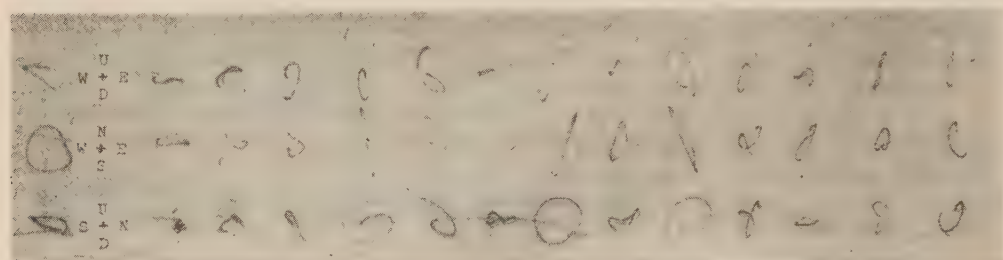


Fig. 1. Example of seismogram.

時によると完全に単一と思われるような波は 1 時間の観測中 1 箇所も見られない場合もある。そこで EW—NS 面上の Orbit がほぼ直線をなしており、他の二平面上の Orbit が楕円に近く、上下動振幅と水平動振幅との比が 1 対 2 と 2 対 1 の間にあるような波を選び出した。そしてこれらの波からえられた伝播方向の頻度分布図をつくつた。分布図は地理的な状態がよく分るように 10° 毎に分けた放射状の分布を地図上にかけた。

Fig. 2 は台風 6 号の進路を図示したものであり、台風の中心が本土上を横ぎつて進んだ時の脈動の伝播方向の頻度分布図を Fig. 3 の (a) から (e) までに示した。(a) (b) (c) は台風の中心が九州の南西寄りの海上にある時で、日本海側はまだ台風の影響をあまり受けておらず、脈動の発生もその事実を示していて、伝播方向の大部分は太平洋側に向き、日本海側の頻度は僅かである。そして (a) (b) (c) とその分布の形はよく似ており、脈動は台風の中心位置に関係なく海岸の方から伝播してくることを示している。

台風が九州を横断して日向灘に出た時の頻度分布図が (d) である。この場合の分布の形も前の場合とほぼ同じ様子をしているが日本海側の頻度がやや増してきていることは、日本海が台風圏内に入り脈動を発生するようになってきたことを示している。

台風が中心が関東地方を抜けて房洲沖に出た時の分布図 (e) は今までのものと様子が異なり伝播方向の大部分は日本海側へ向いている。これは太平洋側が静かになり、日本海側が主に脈動を発生するようになったためと考えられる。

次に主として日本海側だけが脈動を発生している場合を Fig. 4 に示した。これは台風 15 号の中心が津軽海峡付近にある場合である。この場合もまた伝播方向は日本海側の海岸に向いていて台風の中心位置には全く無関係である。そしてこの分布の形を見ると、最大頻度を与える N 方向は伝播距離が最小の方向であつて、その両側の頻度分布が全く海岸線の形のとおり



Fig. 2. Travelling path of the typhoon 5906.

になつていて伝播距離の大小と頻度分布の形が一致しているように見える。このことはこの場合に限らず他の場合でもまた同じ傾向を示している。Fig. 3 の場合、脈動の発生源が太平洋側にある場合はこれと反対に伝播距離の最大な S 方向に頻度の最大があり、これから東の方すなわち伝播距離の小さくなるにつれて頻度が小さくなつていくことは、波浪の高さが潮岬付近で最も大きく東の方へいくにつれて小さくなるため脈動の発生が少なくなつていくのではないかと考えられる。S 方向から西側では少し様子が異なり頻度は一旦減少するが再び大きくなつていく方向がある。これは (a) (b) (c) (d) の全部の場合に見られるもので偶然とばかりいえないようである。この和歌山の方向で頻度が小さくなるのは波浪の高さが小さいために脈動の振幅が小さく、したがつて頻度が小さくなつていゝのであり、大阪湾方向で頻度が大きくなつていゝのは、伝播距離の小さいために頻度が大きいのであるとも考えられる。しかし一方観測した周期などから見ると、これは大阪湾からきたものではなく土佐湾から伝播してきたものと考えた方が妥当のようである。この点は更に詳細に検討しなくてはならない。

次に、今までは台風の中心位置に対する脈動の伝播方向を調べるために、完全に単一とはいえないような波までもを取扱つてきたが、ここで典型的な Rayleigh type をしている波だけを取りだして頻度分布図をつくつて見た、これが Fig. 5 であつてこれを観測した日時は次のとおりである。

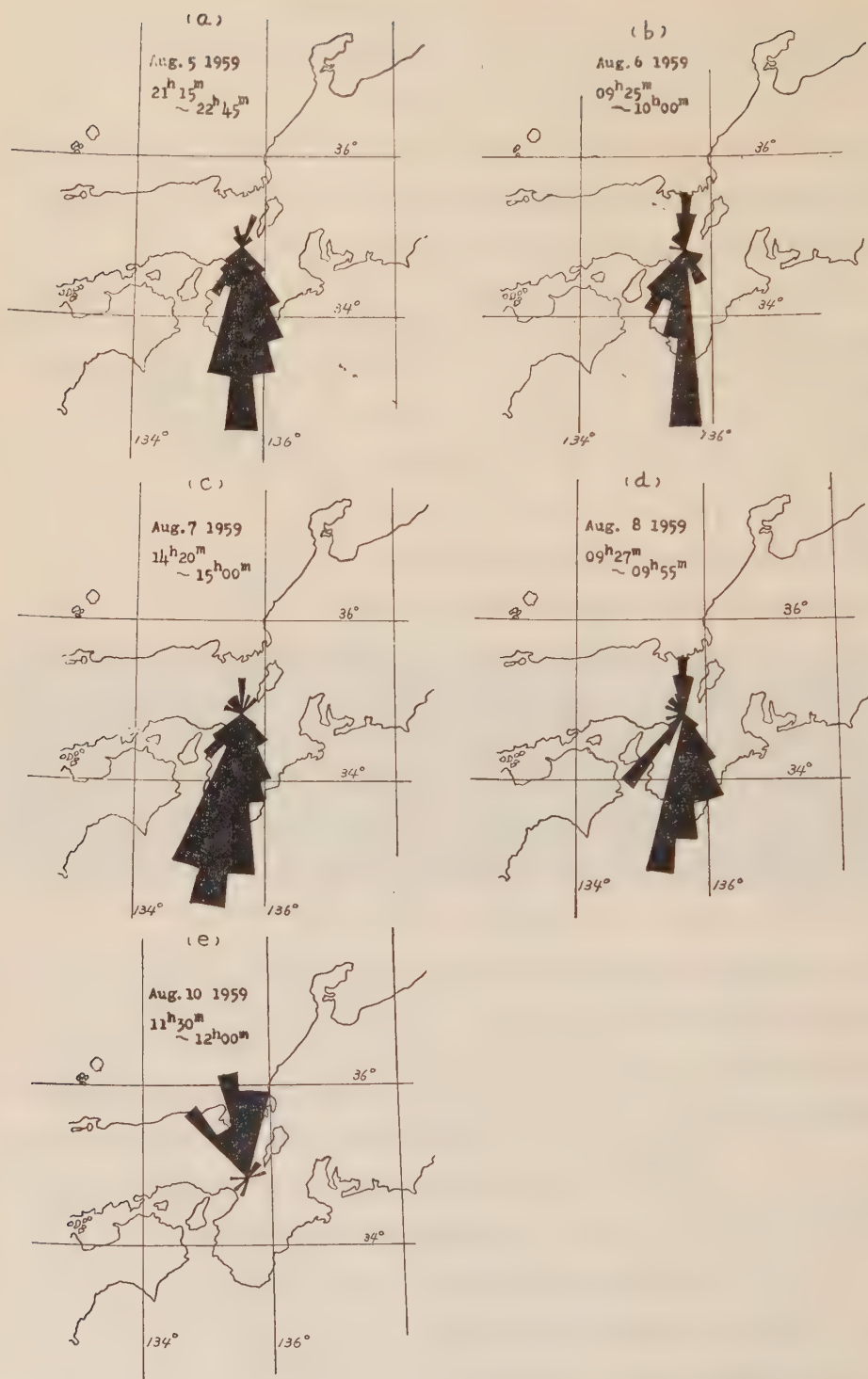


Fig. 3. Frequency distribution of arrival directions of microseisms.



Fig. 4. Frequency distribution of arrival directions of microseisms.



Fig. 5. Frequency distribution of arrival directions of microseismic waves having the pure Rayleigh type.

Aug. 5	15h 00m–15h 30m
	21 15 –22 45
6	9 25 –10 00
7	14 20 –15 00
8	9 27 – 9 55
9	10 55 –11 30
10	11 30 –12 00

この場合はただ 1 箇所を除いた他の総ての方向が海岸へ向いていて脈動が海岸付近で発生する事実をはつきりと示している。このただ 1 箇の波は琵琶湖の南端に向いているが、琵琶湖からの脈動とは考え難いようである。また分布の形も前の場合と似ており、和歌山方向で頻度が極小になつている点も同様である。

§. 4 あとがき

以上のように脈動は低気圧の中心で発生するのではなく、海岸近くで発生しているということとは先づ誤のないところと思われる。そして日本海側からの伝播方向の頻度分布が海岸からの伝播距離に関係があり、太平洋側からの頻度分布が波浪の大小に関係しているように見えること、和歌山の方向で頻度の極小を示していること、そして記象を見ると分るように脈動は 1 方向から連続してやつてくるのではないように見えることなど、いろいろ新しい事実が分つてきた。この観測を更に精密に行えば脈動源を知る手がかりがえられるかも知れない。

終りにあつて御指導いただいた佐々教授に感謝します。

参 考 文 献

- 1) Santo, T. A.: Investigations into microseisms using the observational data of many stations in Japan. (Part I), B.E.R.I., **37** (1959), 307-325.
- 2) Santo, T. A.: Investigations into microseisms by the observational data of many stations. (Part II), B.E.R.I., **37** (1959), 483-494.
- 3) 岡野健之助: 1959 年 5 月地震学会にて講演. 地震に掲載予定.
- 4) Strobach, K.: Zum Studium der mikroseismischen Bodenunruhe in Hamburg., Z. f. Geophys., **21** (1955), 190-214.

国際地球観測年 (I. G. Y.) における わが国の地震観測について

I. G. Y. 国内センター*

昭和 34 年 9 月 1 日受理

Seismological Observations in Japan during
the International Geophysical Year 1957/8.

I. G. Y. Center

(Recieved Sep. 1, 1959).

§ は し が き

1957 年 7 月から始まつた国際地球観測年 (以下 I. G. Y. という) も 1958 年 12 月をもつて多大の成果をおさめて終了した。わが国の地震学関係者も、この地震部門の観測に参加し、滞りなく、その義務を果たした。I. G. Y. 期間中にえられた資料は目下整理中であるが、このさい、観測およびその結果について現在までに分つてゐることを記しておくことは有意義であると考えられるので、その概要について記すことにする。

なお、1959 年は国際地球協力年 (I. G. C.) として遠地地震観測を行なつてゐるが、I. G. C. については後日稿を改めたい。

§ 1. 組 織

I. G. Y. に当つて日本学術会議内に国際地球観測年研究連絡委員会 (委員長、長谷川万吉) が生れ、その下に 16 の分科会ができた。そのうち第 12 分科会は地震関係で幹事は和達清夫、委員は萩原尊礼、広野卓蔵、本多彪、本多弘吉、松沢武雄、佐々憲三の諸氏である。また第 16 分科会は南極関係で幹事は宮地政司、委員は永田武、長谷川万吉氏である。これら諸氏のうち各分科会の委員以外はすべて学術会議の任命になつてゐる。

なお、国内の観測を実施するために、関係者の間で相談の結果、国内センターの位置および主任・幹事を次のように定め、国内センターは学術会議との連絡に当たるとともに、資料の整理、外国との連絡に当ることになつた。

区 分	Center の位置 および名称	主 任	幹 事
遠地地震観測および脈動観測	東京都千代田区 大手町 1 の 7 気象庁地震課	和達清夫	広野卓蔵 宇佐美竜夫
特殊研究	東京都文京区 本富士町 東京大学地震研究所	萩原尊礼	笠原慶一

また、この観測に参加する観測所および所在地、連絡者は Table 1 の通りになつた。

§ 2. 観測所・観測種別・観測期間

わが国における I. G. Y. 地震観測所、観測種別、観測期間は Table 2 および Fig. 1 の通りであ

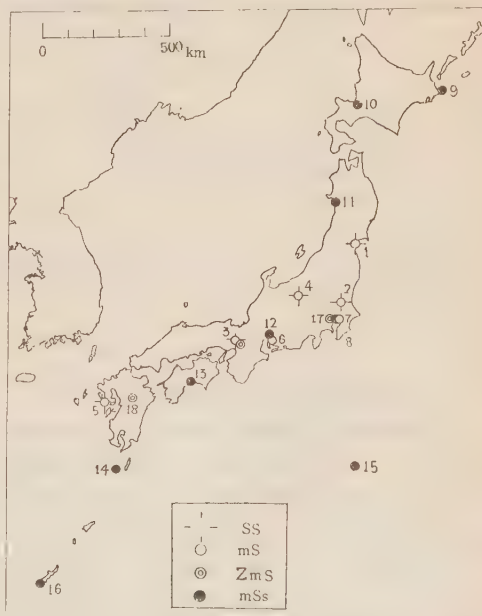


Fig. 1. Map showing the distribution of the observation stations in Japan during I. G. Y. period.

* 気象庁地震課、宇佐美竜夫

Table 1.

区 分	観 測 所 名	所 在 地	連 絡 所 お よ び 連 絡 者
遠 地 地 震 観 測	仙 台(東北大)	仙台市長町越路	{ 仙台市片平町 東北大学地震観測所 本多 弘吉
	筑波山(震 研)	茨城県筑波郡筑波町	{ 文京区本富士町 東京大学地震研究所 萩原 尊礼
	阿武山(京 大)	大阪府高槻市奈佐原	{ 同 左 久保寺 章
	松 代(気象庁)	長野県埴科郡松代町西条	{ 同 左 本 多 彪
	長 崎(")	長崎市南山手町	{ 千代田区大手町 1 の 7 気象庁地震課 広野 卓蔵
脈動観測	正規脈動観測		
	阿武山(京 大)	大阪府高槻市奈佐原	{ 同 左 久保寺 章
	仙 台(東北大)	仙台市長町越路	{ 仙台市片平町 東北大学地震観測所 本多 弘吉
	名古屋(名 大)	名古屋市千種区不老町	{ 同 左 飯田 汲事
	筑波山(震 研)	茨城県筑波郡筑波町	{ 文京区本富士町 東京大学地震観測所 萩原 尊礼
	三 鷹(")*	東京都三鷹市大沢	{ " " 岸上 冬彦
	松 代(気象庁)	長野県埴科郡松代町西条	{ 同 左 本 多 彪
三点観測	長 崎(")	長崎市南山手町	{ 千代田区大手町 1 の 7 気象庁地震課 広野 卓蔵
	東 京(東 大)	{ 東京都北多摩郡田無町東大農場	{ 文京区彌生町 東大理学部地球物理教室 松沢 武雄
	阿武山(京 大)	大阪府高槻市奈佐原	{ 同 左 久保寺 章
脈動補助観測	阿 蘇(")	熊本県阿蘇郡長陽村	{ 同 左 吉川 宗治
	東 京(気象庁)	千代田区大手町 1 の 7	{ 千代田区大手町 1 の 7 気象庁地震課 広野 卓蔵
	根 室(")	北海道根室郡根室町彌栄町	{ " " " "
	札 幌(")	札幌市北二条西 18 丁目 2	{ " " " "
	秋 田(")	秋田市八橋字八橋	{ " " " "
	名古屋(")	名古屋市千種区日和町	{ " " " "
	高 知(")	高知市南比島町	{ " " " "
	屋久島(")	鹿児島県熊毛郡上尾久村	{ " " " "
	鳥 島(")	東京都	{ " " " "
	真和志(琉 球)**	那覇市	{ 那覇市琉球気象台長
特殊研究	関 係 機 関	—	—

* 諸般の事情により本郷、東大地震研究所に移動の上観測をはじめた。

** 1958 年 1 月より、よみとりをはじめた。

る。遠地地震観測 (SS) はわが国でこう呼んでいるもので国際的には Standard seismic measurements と呼ばれているものに相当する。そのほか、脈動観測 (mS)、脈動三点観測 (ZmS) を行なっている。脈動補助観測 (mSs) は、わが国が四方海に囲まれ、I. G. Y. の機会に日本付近の脈動をとくに詳しく調査することが意義あるものと考えられたので、とくにわが国内で指定したもので、mSs の観測所は C. S. A. G. I. (Comité Speciale pour Année Geophysique Internationale) には登録されていない。

この観測所はすべて気象庁に属し、現有のすず書き式の地震計で観測を行なつた。

以上の観測の外に外国では Lp (Long period wave observations), Lg (Long phase measurements), SA (Strain accumulation measurements) などの観測を行なう観測所もあるが、わが国ではこれらの観測には参加しなかつた。

§ 3. 地 震 計

I. G. Y. の地震観測に使つた地震計の常数は Table

Table 2. List of Seismological Stations in Japan During I. G. Y.

No.	Name of Station	Responsible Organization	Longitude	Latitude	Elevation	Foundation	SS ZmS mS mSs ²⁾	Observation Period
1	Sendai	Tohoku University	140°51'30''E	38°14'32''N	128	m Sandstone	*	Jul. '57~Dec. '58
2	Mt. Tsukuba	Earthquake Research Institute	140°06'36''	36°12'39''	286	Granite	*	Jun. '57~Dec. '58
3	Abuyama	Kyôto University	135°34'	34°52'	200	Palaeozoic	*	Jul. '57~Dec. '58
4	Matsushiro	Japan Meteorological Agency	138°12'32''	36°32'30''	440	Diorite porphyrite	*	Jun. '57~Dec. '58
5	Nagasaki	"	129°53'	32°44'	25	Volcanic Breccia	*	Aug. '57~Dec. '58
6	Nagoya ¹⁾	Nogoya University	136°58'	35°09'	53	Pleistone	*	Jul. '57~Dec. '58
7	Hongo	Earthquake Research Institute	139°45'59''	35°42'40''	13.9	Loam	*	Nov. '57~Dec. '58
8	Tokyo ¹⁾	Japan Meteorological Agency	139°46'	35°41'	21	Alluvium	*	Jul. '57~Dec. '58
9	Nemuro ¹⁾	"	145°35'	43°20'	26	Igneous rock	*	"
10	Sapporo ¹⁾	"	141°19'56''	43°03'28''	17.3	Alluvium	*	"
11	Akita ¹⁾	"	140°06'	39°43'	9.1	"	*	"
12	Nagoya ¹⁾	"	136°58'	35°10'	51	"	*	"
13	Kôchi ¹⁾	"	133°32'02''	33°33'30''	40.4	"	*	"
14	Yakushima ¹⁾	"	130°30'	30°27'	15	"	*	"
15	Torishima ¹⁾	"	140°18'	30°29'	82	Igneous rock	*	"
16	Mawashi	Ryukyu Government	127°41'	26°14'	36.2	Tertiary	*	Jan. '58~Dec. '58
17	Tokyo	Tokyo University	139°36'	35°44'	58	Loam	*	Sep. '57~Dec. '58
18	Aso	Kyôto University	131°00'	32°53'	540	Lava	*	Aug. '57~Dec. '58
19	Showa Base.		39°35'12''	69° 0'20''S	23	Rock	*	Feb. 1959~

1) Stations not registered in CSAGI.

2) Key to Symbols.

SS : Distant Earthquake Observations.
mS : Microseismic observations.

ZmS : Tripartite microseismic Observations.
mSs : Supplementary Microseismic Observations.

Table 3. Constants of Seismograph

No.	Station	Name of Instrument	Comp.	V_{max}	T_1	T_2	h_1	h_2	ρ	σ	Date of calibration	Kind of observation	Method of recording***
					Sec	Sec			mm				
1	Sendai 仙台	Wiechert's Seismograph	N-S	131	3.8		0.59		0.21		Dec. 6, 1958	SS	S
			E-W	128	3.8		0.53		0.20				
			U-D	106	4.0		0.56		0.26				
		*Long-Period Electro-Magnetic Seismograph	E-W	205	24.2	37.1	0.92	0.70		0.0	Jan. 12, 1959	"	P
			N-S	125	23.5	47.2	0.93	0.78		0.0			
		*Short-period Electro-Magnetic Seismograph	N-S	9100	0.99	1.2	2.1	1.1		0.0	April 16, 1958	SS, mS	F
			E-W	9600	0.93	1.2	1.8	1.0		0.0			
			U-D	9200	1.00	1.0	2.1	1.0		0.0			
2	Mt. Tsukuba 筑波山	Hagiwara's Inverted Pendulum Seismograph	N-S	36	4.4		0.63		0.37		May 13, 1955	SS	S
			E-W	37	4.4		0.67		0.35				
		Ishimoto Acceleration Seismograph	N-S	230	0.11		0.71		0.01		June 30, 1957	"	S
			E-W	200	0.12		0.71		0.01				
			U-D	205	0.09		0.45		0.01				
		Hagiwara Short-period Electro-Magnetic Seismograph	N-S	29000	0.98	1.10	1.0	1.0		0.1	"	mS, SS	F
			E-W	29000	1.00	1.16	1.0	1.0		0.1			
			U-D	37000	0.97	1.26	1.0	1.0		0.1			
		Wood-Anderson type Seismograph	N-S	2400	0.80		0.80					SS	F
			E-W	2000	0.80		0.80						
		Hagiwara Long-period Electromagnetic Seismograph	E-W	1740	1.0	22.4	3.1	1.0		0.74	Dec. 26, 1957	SS, mS	F
			N-S	1880	1.0	20.7	3.0	1.0		0.73			
			U-D	2330	1.0	21.6	2.3	1.0		0.66			
		**Columbia Long-period Seismograph	E-W	585	15.1	77	3.6	2.0		0.16	Feb. 10, 1958	SS	P
			N-S	610	15.1	97	3.6	2.1		0.16			
			U-D	1460	15.0	104	1.5	2.1		0.15			
3	Abuyama 阿武山	Galitzin-type Seismograph	N-S	710	8.0	124	1.4	1.0		0.1	June 15, 1957	SS, mS	P
			E-W	740	8.0	112	1.4	1.0		0.1			
			U-D	520	8.0	81	1.4	1.0		0.1			
		Wiechert's Seismograph	N-S	170	10.0		0.43		0.3		June 15, 1957	SS	S
			E-W	170	10.0		0.45		0.3				
			U-D	150	4.7		0.45		0.3				
		Short-period Seismograph	N-S	10000	0.76	0.7	1.0	0.5	0.2		"	"	S
		*Short-period Electromagnetic Seismograph	U-D	17000	0.71	1.96	1.0	1.0		0.3	Apr. 8, 1958	"	P
4	Matsushiro 松代	Galitzin-type Seismograph	N-S	3500	4.0	10.0	0.8	1.0		0.1	June 20, 1957	mS	P
			E-W	3400	4.0	10.0	0.8	1.0		0.1			
			U-D	4100	4.0	10.0	0.8	1.0		0.1			
		Short-period Electro-magnetic Seismograph	N-S	2620	15	70	1	1.63		0.15	Jan. 20, 1958	SS	P
			E-W	1990	15	73	1	1.44		0.11			
			U-D	1800	7.5	58	0.69	1.32		0.03			
		Wood-Anderson Seismograph	U-D	33000	0.77	2.8	0.69	1.45		0.35	Jan. 6, 1958	"	P
			N-S	1050	0.8		0.8				June 15, 1957	"	P
			E-W	1200	0.8		0.8						

No.	Station	Name of Instrument	Comp.	V_{max}	T_1	T_2	h_1	h_2	ρ	σ	Date of calibration	Kind of observation	Method of recording***
4	Matsushiro 松代	1000 kg Long-period Seismograph	N—S E—W	104 104	28.4 27.1		0.55 0.39		0.91 2.84		Mar. 11, 1958	SS	S
		Benioff Seismograph (Long Period)	N—S E—W U—D	10700 8800 9900	1.0 1.0 1.0	78 60 75	0.5 0.6 0.6	6.1 4.5 6.8		0.35 0.28 0.36	Oct. 7, 1958	SS, mS	P
		Benioff Seismograph (Short period)	N—S E—W U—D	416000 552000 512000	1.0 1.0 1.0	0.2 0.2 0.2	0.51 0.61 0.60	1.35 2.22 0.94		0.16 0.20 0.13	"	SS	F
5	Nagasaki 長崎	*Electro-magnetic Seismograph	N—S E—W U—D	2100 2100 2500	1.0 1.0 1.0	20 18 18	0.9 0.9 0.9	0.9		0.14 0.13 0.12	Oct. 9, 1958	SS, mS	P
6	Nagoya 名古屋	*Electro-magnetic Seismograph	N—S E—W	213 213	5.0 5.0	20.0 20.0	1.0 1.0	1.0 1.0		0.0 0.0	July 4, 1957	mS	P
7	Hongo 本郷		N—S E—W	415 415	10.0 10.0	9.0 9.0	1.0 1.0	1.0 1.0		0 0	June 6, 1958	"	P
8	Tokyo 東京	Mainka's Seismograph	N—S E—W	150 150	10.0 10.0		0.55 0.53		0.36 0.36		Dec. 19, 1958	mSs	S
9	Nemuro 根室	Wiechert's Seismograph	N—S E—W U—D	86 77 66	5.0 4.9 3.8		0.56 0.54 0.50		0.21 0.09 0.64		Nov. 14, 1958	"	S
10	Sapporo 札幌	Wiechert's Seismograph	N—S E—W U—D	89 85 75	4.9 5.1 4.5		0.55 0.55 0.57		0.13 0.14 0.27		Dec. 2, 1958	"	S
11	Akita 秋田	Wiechert's Seismograph	N—S E—W U—D	86 86 52	4.6 4.7 4.7		0.53 0.54 0.54		0.22 0.16 0.25		Nov. 24, 1958	"	S
12	Nagoya 名古屋 (J.M.A.)	Wiechert's Seismograph	N—S E—W U—D	75 88 80	5.0 4.9 4.6		0.50 0.50 0.53		0.2 0.2 0.3		Dec. 8, 1958	"	S
13	Kōchi 高知	Wiechert's Seismograph	N—S E—W U—D	112 102 53	4.9 5.2 4.3		0.57 0.55 0.56		0.2 0.2 0.2		Dec. 5, 1958	"	S
14	Yakushima 屋久島	Wiechert's Seismograph	N—S E—W U—D	88 88 80	5.0 5.0 5.0		0.57 0.57 0.57		0.26 0.21 0.24		Dec. 1, 1958	"	S
15	Torishima 鳥島	Portable Seismograph	N—S E—W	30 30	4.2 4.3		0.27 0.27		0.10 0.10		"	"	S
16	Mawashi 真和志	Higuti, C.M.O. Short-period Seismograph	N—S E—W U—D	33 36 33	2.2 2.4 1.9		0.55 0.55 0.55		0.039 0.042 0.025		Dec. 15, 1958	"	S
17	Tokyo 東京	*Electro-magnetic Seismograph	E—W	4400	4.5	7.5	1.06	1.31		0.15	Sept. 1, 1957	ZmS	P

3 の通りで、また、そのうちのおもなものの特性曲線は Fig. 2 の通りである。Table 3 の第 13 列目は地震計をどの観測に使ったかを示し、第 14 列目は記録方式の別を示してある。

とくに筑波山にある Columbia Long-period Seismograph は I.G.Y. 期間に、長周期の地震波を観測するためにアメリカの Columbia 大学が世界 8 カ所の観測所に観測を依頼したものの一つである。また、フィルム記録地震計の倍率は同フィルムを 8 倍のフィルムリーダーにかけてよみとる場合の値である。したがって、Fig. 2 の倍率曲線ではフィルム記録地震計の倍率はリーダー上での値になっている。

§ 4. 観測方法、整理、報告

CSAGI から昭和 32 年 6 月 24 日に送られてきた「Manuel d'Instructions seismologie」par J.P. Rothé および 7 月 10 日に送られてきた「CSAGI Guide to I.G.Y. World Data Centers」を参考にし、わが国での観測整理方法を統一するために以下にのべるような方式 (Manual) を各関係者相談の結果決めた。これは上記二つの CSAGI の guide に抵触するものは一つもなく、むしろこの二つを使い易いようにしたものである。

1) 遠地震観測

a. 報告すべき地震

1. 報告する地震は国内 Center から各観測所に通知するものに限る。
2. この通知は半月ごとにまとめて 20 日以内に行なう。
3. この通知に含む地震は Magnitude 6 以上を標準とする。なお、U.S.C.G.S. (Yellow card) による $M \geq 6$ の地震はすべてこの通知に含まれる。

b. 報告 (英文)

1. 報告はその月のものを翌々月 10 日 (たとえば 1 月の報告を 3 月 10 日) までに 15 部ずつ国内 Center に送付する。
2. 報告は前記通知された地震を含み活版印刷または謄写印刷とし、月ごとに一冊子とする。各葉に月ごとの通しページを付す。用語は英文とする。

3. 用紙は各観測所適宜のものを用いる。紙の大きさは A 4 判 (210×297 mm) を標準とし、多少の大小は差支えないが航空便に便なるよう、なるべく軽いものとする。

c. 報告形式

1. 報告はつぎにかかげる項目について、つぎにかかげる順序にする。

年 月

観測所名 (λ, φ, H , Foundation), 国名
地震計の常数表

倍率曲線 (log-log の目盛を使う)
観測報告

2. 必要に応じてマクロサイスミック、その他の記事を備考欄に付す。

d. 観測および記入上の注意

地震計の常数表は報告に現われるすべての地震計を網羅するものとする。

地震計の常数表では、EW, NS, UD で成分を区別する。

地震計の常数表における器械番号は各成分ごとに別番号または別記号とする。

倍率曲線は常数表にあるおのおのの器械について付するものとする。

倍率曲線には器械番号または器械記号をつけて区別する。

観測報告: ある成分の一つの相につき一行使う。相の発現時の順に並べる。

地震番号は国内 Center からの通知にある通し番号と同じものを使う。その番号の地震を記録していない場合にはその旨を記入する。

Date および Time はすべて G.M.T. を使い、できるかぎり秒の 1/10 位まで記入する。

Phase 欄には相名の外に立上りの明瞭度 (i または e) も記す。相名不明のときは“X”で示す。 M (最大振幅)も可能なかぎりよみとる。

成分は N.E.Z. で区別し Phase 名のあとに続けて記入する。

周期は振幅を読んだ波の周期をよみ、可能なかぎり秒の 1/10 位まで記す。

振幅欄には各相の立上りおよび M の記録振幅を mm の 1/10 位までよみ、倍率の補正をしないでそのまま記す。また、立上りの方向を

記入する。その方向は地動の E.N.U. を +, W.S.D. を - とする。

震央距離 Δ (km または degree 単位) は分つた場合なるべく記入する。

器械欄にはよみとつた記象紙の地震計名を地震計常数表の番号または記号で記す。

Remarks 欄には震度、および地鳴等の記事があつたら記入し、また自己の観測所において Magnitude を求めた場合にはその値を記入する。

2) 脈動観測

a. 報告 (英文)

1. 報告はその月のものを翌々月 10 日 (たとえば 1 月分を 3 月 10 日) までに 15 部 (脈動補助観測所は 1 部) ずつ国内 Center に送付する。
2. 報告には国内 Center から送付した用紙 (別紙 II) またはこれに準じたものを使う。ただし地震計常数表および倍率曲線は各観測所ごとに適宜の用紙 (大きさは脈動報告用紙と同じもの) を使う。
3. 地震計常数表および倍率曲線は遠地地震と同一の場合でも、別に本報告にも付加するものとする。
4. 毎月の報告は、遠地地震報告とは別の一冊子とし、各葉に月毎の通しページを付す。用語は英文とする。

b. よみとり時刻

1. I.G.Y. 期間中毎日 0^h, 6^h, 12^h, 18^h G.M.T. によみとりを行ない、その結果を報告する。ただし、つぎにあげる国際観測日および国際観測期間には毎正時によみとりを行ない、その結果を報告する。ただし脈動補助観測所は原則として 1 日 4 回 (0^h, 6^h, 12^h, 18^h G.M.T.) の観測だけを行なう。

国際観測日

1957	VI	27, 28, 29
	VII	4, 26, 27
	VIII	12, 25, 26
	IX	1, 23, 24, 30
	X	22, 23, 24
	XI	14, 21, 22

1957	XII	13, 16, 21, 22
1958	I	3, 4, 19, 20
	II	10, 18, 19, 26
	III	20, 21, 28
	IV	18, 19, 20
	V	5, 18, 19
	VI	9, 17, 18, 24
	VII	16, 17, 27
	VIII	7, 12, 14, 15
	IX	6, 13, 14, 20
	X	10, 11, 12, 13
	XI	4, 10, 11, 18
	XII	10, 11, 13, 17
1959	I	3, 4, 9, 10

国際観測期間

1957	VI	20~29	1958	III	17~26
	IX	18~27		VI	15~24
	XII	12~21		IX	13~22
				XII	12~21

c. 報告形式

1. 報告は別紙 II の形式にしたがつて、つぎにかかげる順序につぎの各項目について行なう。
年 月
観測所名 (λ, φ, H , Foundation). 国名
地震計の常数表
地震計の倍率曲線 (log-log の目盛を使う)
脈動観測結果

d. よみとりおよび記入上の注意

よみとりは 3 成分について、周期、振幅、性質をよみとる。

地震計の常数表 遠地地震観測の場合に準ずる。
地震計の倍率曲線 遠地地震観測の場合に準ずる。

観測報告: Date および Time はすべて G.M.T. を使う。

振幅および周期のよみとりは観測時刻を中心にはさむ 20 分間の最も重要な五つの Wave train を選んで行なう。

振幅は上記 5 個の Wave train のそれぞれの最大振幅をよみとり、倍率の補正を行ない、その平均を μ の 1/10 位まで報告する。

振幅は全振幅をよみとり 2 で割るものとする。

る。

周期は振幅をよみとつた上記5個の Wave train それぞれの最大振幅の波について 1/10 秒までよみとり、その平均をとり、秒の 1/10 位まで報告する。

K 欄には脈動の性質を、つぎの記号を使つて記入する。

記 号	内 容
1	グループ状の脈動
2	連続的な擾乱
3	混合型および不規則な擾乱

また、つぎの記号を使つて記入する。

記 号	内 容
....	よみとりなし
0...	脈動なし
0, 0	振幅 0.1μ 以下の脈動

周期の異なる二つ以上の脈動または擾乱があるときには、その各々について上記の報告をする。

脈動嵐（その地方にその季節としては異常に大きな脈動があつたとき）のときは 0^h , 6^h , 12^h , 18^h , G.M.T. の外に 3^h , 9^h , 15^h , 21^h , G.M.T. にもよみとりを行ない、その結果を報告する。また脈動嵐の始時・終時・最盛時をよみとり、さらに最大振幅時の振幅・周期・性質をよみとる。その結果を報告する。

3) 脈動三点観測

1. 三点観測は担当各観測所において、適宜にできるだけしばしば行ない、各月ごとにまとめ（常時脈動報告をする個所は、その報告の巻尾に付す）て報告（英文）する。
2. 報告形式は Manual 記載の条件を含めば、観測所ごとに任意とする。
3. 特別の気象条件で、本観測に重要と思われる場合は、相互に連絡をとり、その観測につとめるものとする。

4) 特殊研究

- a. 特殊研究の種類はつぎの通りである。

1. Seismicity の研究
2. 発震機構の研究

3. 脈動の研究

4. 長周期地震波の研究
5. 地殻構造の研究
6. 歪力の蓄積の研究

- b. 上記の研究は、その重要性にかんがみ、特に I.G.Y. 期間中各関係者により強化されることが望ましい。これは研究であるので、特に Manual というようなものを作らないが、同一研究題目に関係する者は適当に相互の連絡をとつて研究を進めていただきたい。研究結果を論文として発表した場合場合は論文題目と簡単な要旨を国内センターへ通報されたい。研究結果を学術雑誌等に発表した場合は、その別刷を 10 部国内 Center に送られたい。研究結果を国内 Center に報告することは I.G.Y. 期間終了後であつても差支えないというまでもない。

以上が Manual の全文である。遠地地震観測ではマグニチュード 6 以上の地震のみのよみとり結果を報告することになつてゐるが、この選択の基準になる地震のマグニチュードは U.S.C.G.S. の "Preliminary Determination of Epicenters" および近い地震については気象庁地震課が地震電報からきめた震源地、震源時などを参考にして松代地震観測所が同所における地震記録からきめたものを使つた。このために気象庁地震課は毎月 1 日、16 日にその前の半月間に生じた日本付近の資料を松代に報告し、松代はこれらを参考にして毎月前半の地震については、つぎの月の 5 日までに、後半の地震については翌月 20 日までに、そのマグニチュードを決めて国内センターに報告してくることになつた。国内センターは、このマグニチュード 6 以上の地震の表を複写の上各遠地地震観測所に送付した。これに基いて各観測所が報告を提出した。

国内センターはこうして集まつた資料を Table 4 のように各所に送付したが、これはある月の資料をまとめてその翌々月中に送り、残部は国内センターが保存している。また、地震の World Data Centers はつぎの 3 カ所である。

- A. Geophysics Branch, U.S. Coast and Geodetic Survey, Washington D.C., U.S.A.
- B. Institute of Aeroclimatology,

Table 4. List of destinations of various data.

Obs. station	SS					mS						mSs						ZmS						
	Sen.	Tsuk	Abu.	Mat.	Naga.	Sen.	Tsuk.	Abu.	Mat.	Naga.	Hon.	Nago.	Tok.	Sap.	Nem.	Aki.	Nago.	Yak.	Koc.	Tori.	Ryu.	Tan.	Abu.	Aso.
Destination																								
A center	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
B center	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
C center	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
Sendai		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
Tsukuba	○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
Abuyama	○	○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
Matushiro	○	○	○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
Nagasaki	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
Nagoya (univ.)													○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○
Hongo													○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
Tanashi													○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
Aso													○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
Ryukyu													○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
R.G.M. ²⁾													○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Data were sent to the stations with mark ○.

1) Station Nagasaki made observations only and the readings were made at Seismological section, J.M.A.
Hence, data should be sent to Nagasaki were preserved in Seismological section, J.M.A.

2) Research Group for microseisms.

3) No data were sent to mSs stations.

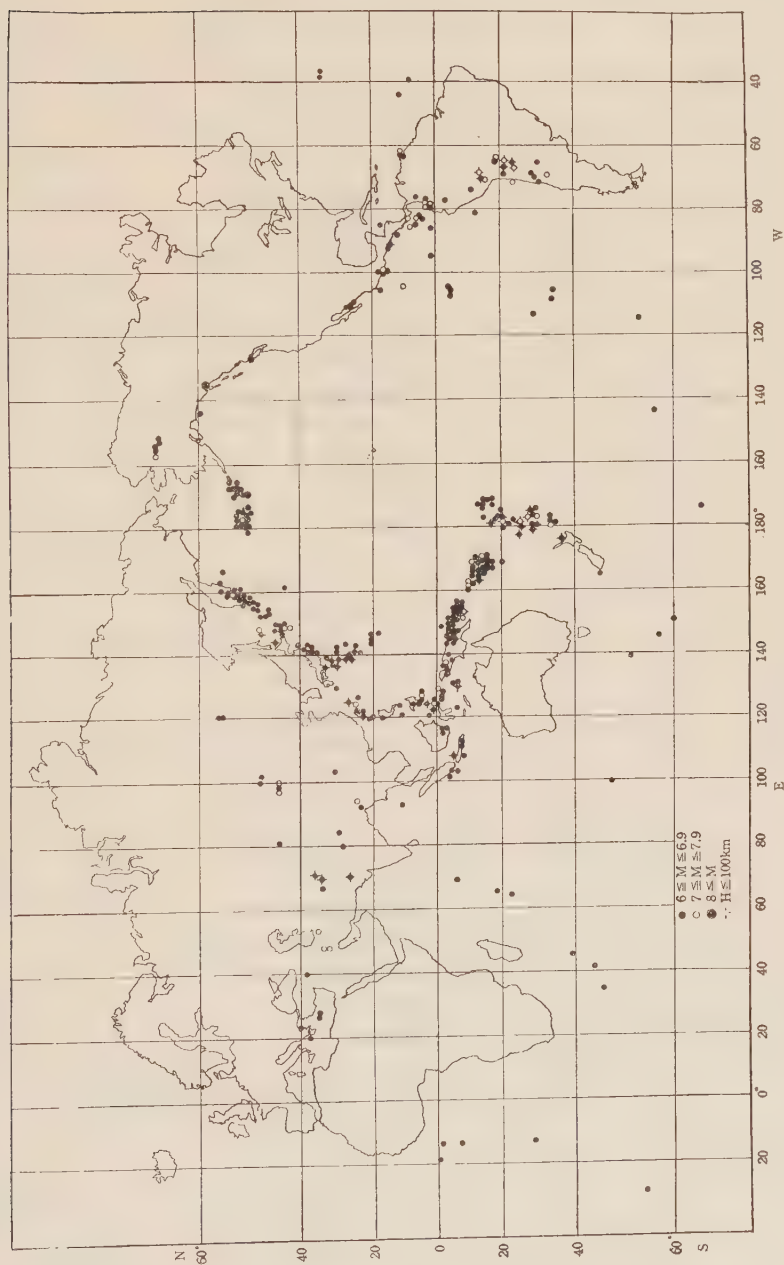


Fig. 3. Distribution of epicenters of earthquakes with M larger than 6; 1957 July~1958 Dec.

Table 6. List of seismograms taken on microfilms

Earthq. No.	Origin Time (G. M. T.)	Epicenter	Location	<i>h</i>	<i>M</i>
	1957 ^d ^h ^m			km.	
22	VII 17 11 10	11° S 167° E	Santa Cruz Islands.		6 $\frac{3}{4}$
41	VII 28 08 40	17° N 99° W	Guerrero, Mexico		7 $\frac{3}{4}$
42	VII 29 17 15	23 $\frac{1}{2}$ ° S 71 $\frac{1}{2}$ ° W	Near Coast of Chile.		7 $\frac{1}{4}$
54	VIII 18 08 36	12° N 124° E	Philippine Islands.		6 $\frac{1}{2}$
62	VIII 26 11 28	19° S 63° W	Southern Bolivia.	7	
63	VIII 26 13 58	12° S 81° W	Near Coast of Ecuador.		6 $\frac{3}{4}$
64	VIII 26 19 53	5 $\frac{1}{2}$ ° S 154° E	Solomon Islands.	ca. 100	6 $\frac{1}{4}$
85	IX 24 08 21	5 $\frac{1}{2}$ ° N 127° E	Near South Coast of Mindanao.		7 $\frac{1}{4}$
93	IX 28 14 20	20 $\frac{1}{2}$ ° S 178° W	Fiji Islands.	650	7 $\frac{1}{2}$
99	X 04 05 26	11° N 63° W	Venezuela.		7 $\frac{1}{4}$
100	X 07 13 19	51° N 159° E	Off southeast coast of Kamchatka.		6 $\frac{1}{4}$ —6 $\frac{1}{2}$
102	X 13 04 19	52 $\frac{1}{2}$ ° N 160° E	Kamchatka.		6 $\frac{1}{2}$
104	X 19 18 28	23 $\frac{1}{2}$ ° N 122° E	Formosa.		6 $\frac{1}{2}$
105	X 19 21 41	44 $\frac{1}{2}$ ° N 146° E	(Off Northeast coast of Hokkaido, Japan.	150	6 $\frac{1}{2}$
116	X 27 22 32	56° N 161° E	Kamchatka.		6 $\frac{3}{4}$
122	XI 02 18 30	13° S 166 $\frac{1}{2}$ ° E	New Hebrides Islands.		6 $\frac{1}{4}$
128	XI 13 17 22	33° S 179° W	Kermadec Islands region.	7	
130	XI 15 16 30	51 $\frac{1}{2}$ ° N 158° E	Near east coast of Kamchatka.		6 $\frac{1}{4}$
138	XI 29 22 19	21° S 66° W	Southern Bolivia.	200	7 $\frac{1}{2}$ —7 $\frac{3}{4}$
142	XII 04 03 37	45 $\frac{1}{2}$ ° N 99 $\frac{1}{2}$ ° E	Outer Mongolia.		7 $\frac{1}{2}$
150	XII 17 05 10	43 $\frac{1}{2}$ ° N 162° E	Near East Coast of Kamchatka.		6 $\frac{3}{4}$
151	XII 17 13 50	12° S 167° E	Santa Cruz Islands.		7 $\frac{1}{4}$
	1958				
171	I 19 14 07	1 $\frac{1}{2}$ ° N 79 $\frac{1}{2}$ ° W	Near coast of Ecuador.		7 $\frac{1}{2}$ —7 $\frac{3}{4}$
191	II 18 19 48	20 $\frac{1}{2}$ ° N 120 $\frac{1}{2}$ ° E	Batan Island region.		6
194	II 22 10 50	50 $\frac{1}{2}$ ° N 175° W	Aleutian Islands.		6 $\frac{1}{4}$ —6 $\frac{1}{2}$
201	III 11 00 25	25 $\frac{1}{2}$ ° N 125° E	Ryukyu Islands.	60	7.2
203	III 22 10 11	23 $\frac{1}{2}$ ° N 94 $\frac{1}{2}$ ° E	Burma-Pakistan border.		6 $\frac{1}{2}$ —6 $\frac{3}{4}$
204	III 22 11 07	35 $\frac{1}{2}$ ° N 67° E	Afghanistan.		6 $\frac{1}{4}$
208	IV 04 15 38	5 $\frac{1}{2}$ ° S 152° E	New Britain.		6 $\frac{1}{4}$ —6 $\frac{1}{2}$
209	IV 07 15 30	66 $\frac{1}{2}$ ° N 157° W	Alaska.		7 $\frac{1}{2}$ —7 $\frac{3}{4}$
210	IV 07 18 05	38 $\frac{1}{2}$ ° N 143° E	Near east coast of Honshu, Japan.		6.8
211	IV 07 18 31	38 $\frac{1}{2}$ ° N 143° E	Near east coast of Honshu, Japan.		6.5
213	IV 07 19 13	45° N 98° E	Outer Mongolia.		7 —7 $\frac{1}{4}$
214	IV 08 00 14	66 $\frac{1}{2}$ ° N 155 $\frac{1}{2}$ ° W	Alaska.		6 $\frac{1}{4}$
218	IV 11 23 15	48° N 153° E	Kurile Islands.	ca. 100	6 $\frac{1}{4}$ —6 $\frac{1}{2}$
219	IV 12 11 46	26 $\frac{1}{2}$ ° N 111° W	Gulf of Baja, California.		6 $\frac{1}{4}$
220	IV 12 13 25	25° N 126° E	Ryukyu Islands.		6.3
221	IV 13 09 07	66° N 156° W	Alaska.		6 $\frac{1}{4}$ —6 $\frac{1}{2}$
222	IV 13 12 29	53° N 161° E	Near east coast of Kamchatka.		6 $\frac{3}{4}$ —7
242	V 18 02 32	13° S 167° E	New Hebrides Islands.		6 $\frac{1}{4}$ —6 $\frac{1}{2}$

(Matsushiro, Sendai, Tsukuba, Abuyama, Nagasaki)

Seismometer*				
Matsushiro	Abuyama	Sendai	Nagasaki	Tsukuba
G (NEZ)				
V (Z)	G (NEZ)	LE (NE)		<u>B (NEZ)</u>
V (Z) G (NEZ)	"			"
V (Z)		<u>SE (NEZ)</u>		"
V (Z)	"	SE (NE)	EM (NEZ)	"
				"
				"
V (Z) T (NE)		<u>SE (NEZ)</u>	"	
		LE (NE)		
G (NEZ)	"	<u>SE (NEZ)</u>	"	<u>B (NZ)</u>
"		LE (NE)		
		<u>SE (NEZ)</u>		
			"	
			"	
V (Z) G (NEZ)				
G (NEZ)	"	"	"	<u>B (NEZ)</u>
"	"	"	"	"
"				
V (Z)	"	"	"	
T (NE)			"	"
V (Z)		LE (NE)	"	"
"		"	"	"
			"	
	"		"	
			"	
BL (NEZ) T (NE)				
" V (Z)		<u>SE (NEZ)</u>	"	"
				"
G (NEZ)		"	"	C (NEZ)
BL (NEZ)	"	LE (NE)	"	<u>B (NEZ)</u> <u>L (NEZ)</u> C (NEZ)
				" " "
				" " "
				" " "
				" " "
			"	
				B (NEZ) C (NEZ)
V (Z) BL (NEZ)	"	<u>SE (NEZ)</u>	"	C (NEZ)
				<u>B (NEZ)</u>
BL (NEZ)	"	LE (NE)	"	"
	"			

Earthq. No.	Origin Time (G.M.T.)	Epicenter	Location	<i>h</i>	<i>M</i>
	1958 ^d ^h ^m				
243	V 18 12 21	13° S 167° E	New Hebrides Islands.		6 $\frac{1}{4}$
245	V 25 17 40	31 N 129 $\frac{1}{2}$ E	Near west coast of Kyushu, Japan.		6 — 6 $\frac{1}{4}$
248	V 30 18 04	52 $\frac{1}{2}$ N 169 W	Fox Islands, Aleutian Islands.		6 $\frac{1}{2}$
249	V 31 19 32	15 S 169 E	New Hebrides Islands.		7 $\frac{1}{4}$ —7 $\frac{1}{2}$
250	VI 03 19 31	15 S 168 E	New Hebrides Islands.		6 $\frac{1}{2}$
251	VI 04 14 29	52 $\frac{1}{2}$ N 167 W	Fox Islands.		6 $\frac{1}{4}$ —6 $\frac{1}{2}$
257	VI 12 20 52	53 N 167 W	Fox Islands.		6 $\frac{1}{2}$ —6 $\frac{3}{4}$
259	VI 17 19 06	25 N 142 $\frac{1}{2}$ E	Volcano Islands.	60	6.1
260	VI 19 05 18	49 $\frac{1}{2}$ N 156 E	Kurile Islands.		6 — 6 $\frac{1}{4}$
262	VI 25 09 36	3 S 144 $\frac{1}{2}$ E	Near north coast of New Guinea.		6 $\frac{3}{4}$ —7
266	VI 30 18 26	31 N 141 $\frac{1}{2}$ E	South of Honshu, Japan.		6.1
273	VII 10 06 15	58 $\frac{1}{2}$ N 136 W	Southeastern Alaska.		8 $\frac{1}{4}$ —8 $\frac{1}{2}$
280	VII 19 06 30	4 S 138 $\frac{1}{2}$ E	New Guinea.	150	6 $\frac{1}{4}$ —6 $\frac{1}{2}$
281	VII 19 18 16	0 129 $\frac{1}{2}$ E	Spice Islands.		7
284	VII 23 10 27	31 N 142 E	South of Honshu, Japan.		6 — 6 $\frac{1}{4}$
286	VII 26 17 37	13 $\frac{1}{2}$ S 69 W	Peru-Bolivia border.	650	{ 7 — 7 $\frac{1}{4}$ (Pas.)
288	VII 30 04 44	2 $\frac{1}{2}$ S 140 E	New Guinea.		6 — 6 $\frac{1}{4}$
290	VIII 03 01 06	21 $\frac{1}{2}$ S 179 W	Fiji Islands region.	550	6 $\frac{1}{4}$ —6 $\frac{1}{2}$
291	VIII 04 04 13	6 S 130 E	Banda Sea.	150	6 $\frac{1}{2}$ —6 $\frac{3}{4}$
292	VIII 06 21 09	17 S 173 W	Tonga Islands.		6 $\frac{1}{4}$
293	VIII 12 19 25	0 126 $\frac{1}{2}$ E	Molucca Passage.		6 $\frac{1}{2}$
294	VIII 14 14 55	52 N 175 W	Andreanof Islands.		6 $\frac{1}{2}$ —6 $\frac{3}{4}$
295	VIII 15 19 55	53 N 160 $\frac{1}{2}$ E	Near east coast of Kamchatka.	ca. 60	6 $\frac{3}{4}$ —7
296	VIII 15 22 29	1 $\frac{1}{2}$ N 125 E	Celebes.	200	7 — 7 $\frac{1}{4}$
297	VIII 16 13 17	51 $\frac{1}{2}$ N 176 W	Andreanof Islands.		6 $\frac{1}{4}$ —6 $\frac{1}{2}$
298	VIII 16 19 13	34 $\frac{1}{2}$ N 48 E	Iran.		6 $\frac{3}{4}$ —7
299	VIII 17 18 01	3 S 145 $\frac{1}{2}$ E	Bismarck Sea.		6 $\frac{1}{4}$ —6 $\frac{1}{2}$
305	IX 03 08 10	40 $\frac{1}{2}$ N 143 E	{ Off north-east coast of Honshu, Japan.	60	6.1
306	IX 04 21 51	33 $\frac{1}{2}$ S 69 $\frac{1}{2}$ W	Chile-Argentina border.		7 — 7 $\frac{1}{4}$
308	IX 14 14 21	56 $\frac{1}{2}$ N 120 $\frac{1}{2}$ E	Stanovoi Mts. region, Siberia.		6 $\frac{1}{2}$ —6 $\frac{3}{4}$
309	IX 15 19 45	2 $\frac{1}{2}$ N 120 $\frac{1}{2}$ E	Celebes Sea.	600	6 $\frac{1}{4}$ —6 $\frac{1}{2}$
310	IX 20 17 09	6 $\frac{1}{2}$ S 154 $\frac{1}{2}$ E	Solomon Islands.		6 $\frac{1}{4}$ —6 $\frac{1}{2}$
320	X 11 14 37	23 $\frac{1}{2}$ S 65 W	Jujuy province, Argentina.	200	5 $\frac{1}{2}$ (Mat.)
321	X 12 15 18	27 $\frac{1}{2}$ N 125 $\frac{1}{2}$ E	East China Sea.	250	6 (Pas.)
326	XI 01 03 38	3 S 150 E	Bismarck Sea.		6 $\frac{3}{4}$ —7
327	XI 01 12 16	17 $\frac{1}{2}$ S 168 E	New Hebrides Islands.		6 $\frac{1}{4}$ —6 $\frac{1}{2}$
329	XI 06 22 58	44 $\frac{1}{2}$ N 148 $\frac{1}{2}$ E	Kurile Islands.	100	7.8
332	XI 12 20 23	44 $\frac{1}{2}$ N 149 E	Kurile Islands.		6.7
345	XII 25 08 05	5 $\frac{1}{2}$ S 151 $\frac{1}{2}$ E	New Britain.		6 $\frac{3}{4}$

* G (Abuyama): Galitzin's Seismograph W (Abuyama): Wiechert Seismograph G (Matsushiro): Galitzin's Seismograph V (Matsushiro): Short-period electromagnetic Seismograph T (Matsushiro): Wood-Anderson's Seismograph BL (Matsushiro): Benioff Seismograph (Long-period) EM (Nagasaki): Electromagnetic Seismograph LE (Sendai): Long-period electro-magnetic Seismograph SE (Sendai): Short-period

Seismometer*				
Matsushiro	Abuyama	Sendai	Nagasaki	Tsukuba
	G (NEZ)			
V (Z) BL (NEZ)	"	SE (NEZ)	EM (NEZ)	B (NEZ) L (NEZ) C (NEZ)
G (NEZ)	"	LE (NE)	"	
	"		"	
	"	"	"	
	"		"	
V (Z) BL (NEZ)	"	"	"	B (NEZ) C (NEZ)
B (E)	"	"	"	B (NEZ)
V (Z) BL (NEZ)	"	SE (NE)	"	B (NEZ) L (NEZ) C (NEZ)
	G (NE)			B (NEZ) C (NEZ)
BL (NEZ)	G (NEZ)	LE (NE)	"	" "
			"	
G (NEZ)		"		
	"			
	"		"	
	"			
"	"	"	"	" "
BL (E)	"	SE (NEZ)	"	B (NEZ) L (NEZ) C (NEZ)
"	"	"	"	" " "
V (Z) G (NEZ)	"	LE (NE)	"	B (NEZ) C (NEZ)
" "	"	"	"	" "
		"		
	"	"	"	
	"	"	"	
	"	"	"	
G (NEZ)	"	"	"	B (NEZ)
G (NE)			"	
BL (NEZ)		SE (NEZ)	"	B (Z)
				"
T (NE)			"	
"	"	LE (NE)	"	B (NEZ)
	"			

electro-magnetic Seismograph B (Tsukuba): Hagiwara Short-period electro-magnetic Seismograph C (Tsukuba): Columbia Long-period Seismograph L (Tsukuba): Hagiwara Long-period electromagnetic Seismograph.

Abbreviations with under line: Film recording.

Abbreviations without under line: Photographic paper recording.

Ulitsa Vorovskogo 33/35,
Moscow G-69, USSR.

C. International Central
Seismological Bureau 38,
Boulevard d'Anvers
Strasbourg, France.

このうちCセンターは Permanent Service をすることになっている。

また各観測所は国内センターに提出する資料 15 部の外に、将来にそなえて各自が 5 部ずつ保存しておくことが申合わされた。

§ 5. 観測結果

I. G. Y. 期間中 (1957 VII~1958 XII) の 1 年半に全世界に起つたマグニチュード 6 以上の地震は計 347 で、それを深さ別、規模別に分類すると Table 5 のようになる。その震央分布は Fig. 3 に示してある。

Table 5

Depth	M	$6 \leq M < 7$	$7 \leq M < 8$	$8 \leq M$	計
$H \leq 100\text{km}$		266	27	1	294
$100 < H \leq 300$		20	4	0	24
$300 < H$		25	4	0	29
計		311	35	1	347

この地震 347 のうち、おもなものをマイクロフィルムに撮影して保存することになり、各遠地地震観測所ごとに 40 の地震を選んで撮影することにした。この 40 のうち 30 の地震は国内センターが指定し、この 30 の地震については全遠地地震観測所の記録がマイクロフィルムに撮影されている。撮影はネガ 1 組ポジ 2 組計 3 組を作り、うちネガ 1 組は保存用、ポジ 1 組は閲覧用とし国内センターが保存、他のポジ 1 組は各観測所が保存している。こうして撮影した地震は Table 6 の通りである。

脈動の三点観測は観測に適した気象条件の日を掴まえるのが難かしいのと、早まわし記録のためにルーチン観測ができないために、観測は任意に行なわれ報告はつぎの数ヶ月分しかなされていない。

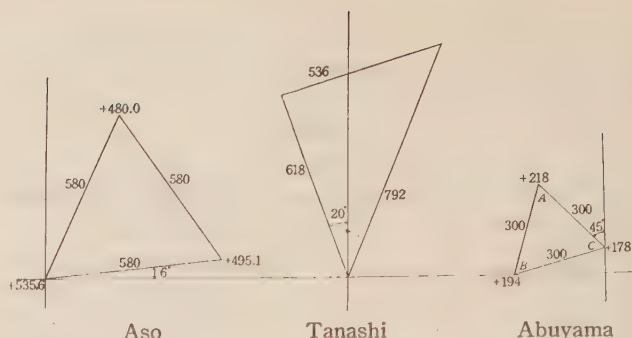


Fig. 4. Configurations of tripartite microseismic stations.

田 無 1957 年 9 月, 10 月
阿 蘇 1957 年 8 月, 9 月
阿武山 1957 年 8 月, 9 月, 10 月
1958 年 1 月, 9 月, 11 月, 12 月

Fig. 4 は各三点観測所における三点の配置図であり、使用地震計の常数は Table 3 にある。

Fig. 4 の数字は辺長と三点の標高を m 単位で示したもので、阿武山の A, B, C は Table 3 の A, B, C に相当している。

脈動観測の整理については 1957 年に脈動研究グループが生まれ、同年 10 月 10 日に第 1 回の会合を開いて以来、今日までに 7 回の会を持つている。この会は I. G. Y. 期間中に観測した脈動資料の整理および脈動の研究を目的としており、会員はやく

50 名、代表者は松沢武雄、幹事は木沢綏、浅田敏の両氏である。

グループ員岸上冬彦は 1958 年 2 月に脈動研究の文献目録を作った。これには 400 以上の文献が収められている。また、おもに木沢綏の努力により I. G. Y. 期間中に日本で観測した脈動資料の整理が進められ、その結果が "Report of microseismic and sea wave observations in Japan during the International Geophysical Year, 1957/58" の第 1 集として出版された。これは 1957 VII~1958 VII の間の資料を含み、1958 VIII 以後の分は近く第 2 集として出版される。この本は日本の全脈動観測官署の脈動の振幅と周期の日平均値、および毎日の風浪とうねりの高さとのグラフ、およびその月平均

地震関係者として村内必典、立石哲夫、松本利松の三氏が加わり上陸作業の合間に基地付近で人工地震による氷の厚さの測定を行なった。また 1958 年 2 月上陸予定の第二次観測隊は上陸に失敗し、1959 年 2 月から第三次観測隊が上陸し越冬している。その隊員中に村内必典が含まれ、南極で地震観測を行なっている。これについては、すでに各所に記した通りである。

§ 7. 外国の資料

わが国は World Data Center にはなっていないが、外国から I.G.Y. の脈動および地震観測の報告が不定期に寄せられている。現在までに、Table 7 のものが国内センターに集まり保存されている。この中には両極地方の地震の速報が含まれている。これは 1957 年 9 月にトロントで開かれた I.U.G.G. の I.G.Y. 委員会で提案された、両極近くに観測所をもつ国々が相互間で 10 日毎に両極地方の地震の速報を交換するという話し合いによつて送られて来

日本学術会議内に南極観測特別委員会があり、地震部門の主任は萩原尊礼である。第一次南極観測隊は1957年2月上陸に成功し、その一部は翌年まで昭和基地で越冬をしたが、この越冬期間中に地震観測は行なわなかつた。しかし第一次観測隊員の中に

[illegible]

Table 7-2. Table showing the station of which I.G.Y. microseismic data are reserved in the national center of Japan.

Month	1957												1958												1959											
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7							
Obs. Station																																				
Argentina						*	*	*	*	*	*																									
Athens	*	*										*																								
Bratislava												*							*	*		*														
Bucarest						*	*	*	*	*	*	*																								
Djakarta																														*						
Hurvanovo												*							*																	
Italia												*	*	*	*																					
Mozambique											*	*																								
Skalante pleso												*																								
Soviet							*	*	*	*	*	*		*	*	*		*	*	*	*	*		*	*	*										
Stuttgart						*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*														
Toledo	*	*								*	*														*	*										
Trieste					*	*	*	*			*	*	*	*	*		*																			
Univ. } Queensland }					*	*	*	*	*	*	*	*	*																							
Vietnam																					*	*	*	*	*	*	*									

たもので、速報であるから W.D.C's に報告するものと多少内容の違うものもあると考えられる。わが国は両極地方の地震を記録することはほとんどないので、この速報を外国に対して出さなかつた。

§ 8. おわりに

I.G.Y. 地震観測は、関係各位の非常な努力により無事終了したが、その後 1959 年 1 月からは国際地球協力年 (I.G.C.) がはじまり、わが国では脈動を除き遠地地震観測は従来通り、仙台、筑波、松

代、阿武山、長崎で続けている。観測の方法は従来と全く同じであるが、国際的な I.G.C. の地震関係の組織がはつきりするまで報告は W.D.C. に提出しないでいる。

また、I.G.Y. に参加した国は 53 カ国であり、C.S.A.G.I. に登録した地震観測所数は 351 であった。

おわりに、I.G.Y. 地震観測に関し御協力を下さつた皆様に感謝します。

寄 書

熱対流の正六角形渦
について

東大・理・地球物理 岡 井 敏

(昭和 34 年 10 月 14 日受理)

A Hexagonal Pattern of Thermal
Convection

Bin OKAI

Geophysical Institute, Faculty of Science,

The University of Tokyo

(Received Oct. 14, 1959)

深さ h で xy 平面に平行な流体層を下から熱して臨界温度勾配に達すると熱対流がはじまる。この時の pattern は正六角形である。しかるに Rayleigh の得た解は、上昇流を例にとると $w(z)e^{imx+iny}$, $\left(m^2+n^2=\frac{\pi^2}{2h^2}\right)$, のような形であつた。これは矩形的の渦である。その後、実験値とほとんど一致する横方向 (xy 方向) の大きさをもつた正六角形の pattern に対する解が Christopherson¹⁾ によつて与えられ、多くの論文で使われている。Christopherson がどうしてそのようなものを思いついたのかは明らかにされていない。見つけ方は別にあつたのかも知れないけれども、これは対流の最初の渦が多角形としたらどんなものが許されるかを考えてもでてくるのである。

今使う式は普通の流体力学の式と熱伝達の式とであつて、対流が起こりはじめたばかりの状態をあらわすため、平衡からのズレを示す速度や温度は微小量として非線型部分をすべて省略する。計算は一々記さないが、連立微分方程式は容易に上昇流 $w(x, y, z)$ のみの式にまとめられる。

$$\{P^0 - R_0 P_1^2\} w(x, y, z) = 0 \quad (1)$$

ただし R_0 は Rayleigh number の臨界値、 P_1^2 は $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ である。境界条件は上下面 ($z=0, z=h$) で齊次型が 3 コづつあればよい。ここでは簡単のために、上下面で温度が固定されていること、 $w=0$ であること、stress が無いこととしておく。

さて渦が三角形であるとする、これが集まつて平面を埋めるためには、 w は Fig. 1 のような節線を持つてはるである。それで、一組の節線を X Y 座標とする斜交系を使つて解をつぎのようにおいてみる。

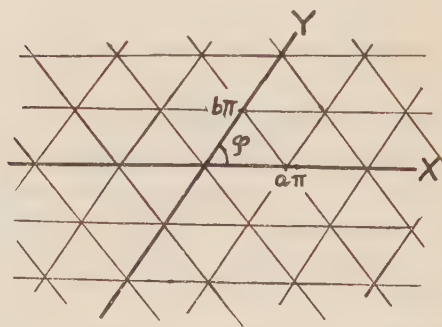


Fig. 1. Nodal lines of triangular cells.

$$w(X, Y, z) = w(z) \sin \frac{X}{a} \sin \frac{Y}{b} \sin \left(\frac{X}{a} + \frac{Y}{b} \right) \quad (2)$$

これを (1) に代入すると

$$L_1[w(z)] \sin \frac{X}{a} + L_2[w(z)] \sin \frac{Y}{b} + L_3[w(z)] \sin \left(\frac{X}{a} + \frac{Y}{b} \right) = 0 \quad (3)$$

の形になる。ここに L_i ($i=1,2,3$) はすべて 6 階の常係数微分演算子で a, b, φ を parameter に含んでいる。ところで (3) の $\sin X/a, \sin Y/b, \sin(X/a + Y/b)$ は互いに独立な函数である。したがつて $L_1[w(z)]=0, L_2[w(z)]=0, L_3[w(z)]=0$ でなければいけない。今、 L_1, L_2, L_3 がすべて異なるものとするれば、 $w(z)$ はこれらすべての微分方程式を満足することができないから、このような解はないということになる。だから、解があるためには、これら 3 つの演算子はすべて同じものでなければならないのである。そう考えて L_1, L_2, L_3 を見比べてみると、 $\varphi=\pi/3, a=b=4\sqrt{2/3} \cdot h/\pi$ の場合だけが許されることがわかる。つまり三角形の渦は正三角形でなければならないのである。

つぎに平行四辺形の渦については、やはり Fig. 1 の座標を使つて解をつぎのように仮定すればよい。

$$w(X, Y, z) = w(z) \sin X/a \sin Y/b \quad (4)$$

この場合も上と同じような議論をすると $\varphi=\pi/2$,

$1/a^2 + 1/b^2 = \pi^2/2h^2$ となる. すなわち 矩形の渦しか起こらないということである. これは Rayleigh の求めた渦に相当する.

六角形の節線を持つものとしてはつぎのような解を仮定する.

$$w(X, Y, z) = w(z) \left\{ \cos \frac{X}{a} \cos \frac{Y}{b} \cos \left(\frac{X}{a} + \frac{Y}{b} \right) - \frac{1}{4} \right\} \quad (5)$$

これは三角形の場合と全く同じ L_1, L_2, L_3 をつくるから, やはり $\varphi = \pi/3, a = b = 4\sqrt{2/3} \cdot h/\pi$ という結果を与える. すなわち普通の六角形では, けなく正六角形のみが許されるのである. このときの解 (5) を直交系 xy 座標に直してみると,

$$w(x, y, z) = w(z) \left\{ \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}h} y + 2 \cos \frac{\sqrt{3}\pi}{2\sqrt{2}h} x \cos \frac{\pi}{2\sqrt{2}h} y \right\} \quad (6)$$

となつて, Christopherson のと一致することが分かる. なおこれは Rayleigh の渦 $w(z)e^{imx+iny}$, $(m^2 + n^2 = \pi^2/2h^2)$ の重ね合わせに過ぎないのである. したがつてももちろん, 正六角形の渦が他の渦よりも起こり易いという実験事実, は, これで説明されたわけではない.

坪井教授には有益な示唆をいただいた. ここに記して感謝の意を捧げたい.

文 献

- 1) Christopherson, D. G.: Quart. J. Math., 11, 63, (1940).

地震時報

1959 年 10 ~ 11 月の顕著地震

10 月 4 日 花咲半島東方沖の地震

発震時: 05 時 02 分 54 秒, 震源: 43.2°N. , 146.3°E. , 深さ約 40 km で, 北海道の南東部で有感, 最大震度, IV, 最大有感距離は広尾まで 320 km.

10 月 15 日 エトロフ島南方沖の地震

発震時: 16 時 40 分 35 秒, 震源: 44°N. , 149°E. , 深さ約 80 km で, 根室と釧路で有感, 震度はいづれも I, 最大有感距離は釧路まで 385 km.

10 月 19 日 北海道東方沖の地震

発震時: 11 時 46 分 57 秒, 震源: $43\frac{1}{2}^\circ\text{N.}$,

148°E. , 深さ約 60 km で, 北海道南東部で有感, 最大震度 II, 最大有感距離は浦河まで 450 km. Mag. 5.5 (気象庁).

10 月 26 日 福島県東方沖の地震

発震時: 16 時 35 分 04 秒, 震源: 37.6°N. , 143.2°E. , 深さ約 20 km で, 東北・関東両地方の大部分と中部・北海道両地方の一部で有感, 最大震度 III, 最大有感距離は釧路まで 600 km. Mag. 6.7 (気象庁), $6\frac{1}{2}$ (Pasadena), 6 (Berkeley).

10 月 27 日 千島列島中部の地震

発震時: 15 時 52 分 48 秒, 震源: $45\frac{1}{2}^\circ\text{N.}$, $151\frac{3}{4}^\circ\text{E.}$, 深さ約 100 km で, 北海道の南東部および前橋で有感, 最大震度 III, 最大有感距離は前橋まで 1460 km. Mag. $6\frac{1}{4} \sim 6\frac{1}{2}$ (Berkeley).

10 月 29 日 沿海州南部の地震

発震時: 23 時 30 分 24 秒, 震源: 43°N. , 131°E. , 深さ約 550 km で, 北海道・東北両地方の一部で有感, 震度はいづれも I, 最大有感距離は釧路まで 1090 km. Mag. $6\frac{1}{4}$ (Pasadena).

11 月 8 日 積丹半島北方沖

発震時: 22 時 54 分 56 秒, 震源: 43.8°N. , 140.6°E. , 深さ 0 ~ 10 km で, 北海道地方の大部分で有感, 最大震度 IV, 最大有感距離は釧路管区川湯まで 310 km. Mag. 6.2 (気象庁), $6\frac{1}{2}$ (Pasadena).

学会記事

〇幹事会

日時: 1959 年 11 月 25 日 $10^{\text{h}}00 \sim 11^{\text{h}}30^{\text{m}}$

場所: 気象庁長官室

出席者: 宇佐美, 宇津, 浅田, 笠原, 赤松, 佐藤(良), 松本.

1. 報告事項

編集: 12 巻 4 号今年中に印刷の予定

会計: 秋の学会 (会費収入は除外)

収入	アブストラクト売上	5,300
	一般会計より補助 (大会開催費)	1,187
	計	6,487
支出	会場整理費	3,000
	プリント代	3,000
	雑品購入費	487
	計	6,487

庶務： ○昭和 35 年度文部省科学研究費等配分
委員を当学会から推せんしてほしいと
の依頼が学会連合を通じてあつたので
委員による選挙の結果、次のようにな
り松沢会員を連合に通知した。

総投票数	18 (無効なし)
松沢 武雄	9
佐々 憲三	5
飯田 汲事	2
萩原 尊礼	1
本多 弘吉	1

計 18

○地学教育懇親会から高校地学教育廃止
に対する懇談会があつたが出席しなかつた。

連合では来る 12 月 2 日に同問題に
関する相談がある。

○文献交換 Praha } 交換承認
原子力学会 }

○文部省からの補助金 9 万円がでたので
とりくるようにとの通知をうけた。

議題： 1. 学会における総会流会に対する措置
委員長が欠席したので適当な時期に委
員会を開いて前後処理をきめることに
した。

2. 内田嬢退職の件

退職金： 爆破 グループ との和が公務

員ベースになるようにし、学会の支払
う分が 2 万円以上になる場合にはもう
一度相談する。

後任の件： 佐藤、宇佐美に一任され
た。

第 2 回世界地震工学会議について

第 12 巻 1 号 38~39 頁にてお知らせした通り、
第 2 回世界地震工学会議は今年 7 月 11 日から 18 日
まで、東京産経館および京都国際文化観光会館にお
いて開催されます。すでに学術会議よりお送りした
会議要領および参加申込についての書類でご存じと
思いますが会議の要領は別紙の通りであります。申
込は学会を通じて行われることになっておりますの
で参加費を添えて本会事務所に 8 円切手同封お申込
み下さればお送りします。

1. 別紙会期および会場

1) 会 期 1960 年 7 月 11 日(月)から 18 日
(月)まで

2) 会 場 東京 産経会館 7 月 11 日から
15 日まで

京都 国際文化観光会館 7 月 18
日

2) 会 議 日 程

会議およびこれに伴う行事は、次のとおり行われ
る予定である。

月 日	午前 (9.00—12.00)			午後 (1.30—5.20)	夕
7 月 10 日				外国人登録	
7 月 11 日	外国人 登録	開会式	特 別 講 演	会 議	学 術 会 議 会 長 主 催 懇 親 会
7 月 12 日	会	議	会	議	映 画 会
7 月 13 日	外人を主とする日光見学旅行				
7 月 14 日	会	議	会	議	
7 月 15 日	会	議	会	議	
7 月 16 日	京 都 へ 移 動				
7 月 17 日					
7 月 18 日	特別講演	閉 会 式		比 叡 山 ドライブ	組織委員会委員長 主催懇親会

3. 会 議 用 語

会議用語は英語および日本語とする。日本語は英語に通訳される。討議は相互に通訳される。

4. 論 文

1) 論文内容

- a) 最近の強震並びにこれによる被害に関するもの
- b) 地震工学および応用地震学の分野における最近の発展に関するもの
- c) 地震による地盤の振動特性に関するもの
- d) 耐震理論に関するもの

e) 耐震設計、構造法ならびに耐震規定に関するもの

f) その他地震工学に関連あるもの

5. 参 加 登 録

- 1) 参加希望者は、1960年3月31日までに、所定の参加申込用紙により、なるべく日本地震学会、日本建築学会または土木学会を通じて、組織委員会に申込みものとする。
- 2) 参加登録費は1,500円とし、申込書に添えて払い込むものとする。

三井不動産株式会社
鹿島建設株式会社
大成建設株式会社
清水建設株式会社
竹中工務店
株式会社大林組東京支店
織本建築事務所
株式会社保坂振動計器製作所
電力中央研究所
株式会社明石製作所
日本損害保険協会
勝島計機製作所

東京都中央区日本橋室町2の1の1
東京都中央区八重洲5の3の1
東京都中央区銀座2の4
東京都中央区室町2の1
東京都千代田区大手町1の6
東京都千代田区丸ノ内3の5
東京都中央区日本橋蛸殻町3の2
東京都文京区柳町22
東京都北多摩郡狛江町岩戸1229
東京都千代田区丸の内3の8
東京都千代田区神田淡路町2の9
東京都荒川区日暮里町2の17

「地震」投稿規定

1. 論説の投稿は、原則として、地震学会で講演済みのものに限る。
2. 論説の長さは、当分の間、なるべく刷上り10頁（400字詰原稿用紙20枚位）以内とする。
3. 原稿は400字詰原稿用紙に横書に認め、仮名は平仮名、なるべく新仮名づかいを用い、外国語は片仮名又は原語を用いること。
4. 原稿用紙各頁に字数を赤字で明記すること。
5. 論説原稿には必ず欧文題目と欧文要旨をつけること。
6. 句読点、. 等を明瞭に記入すること。
7. 地名、人名の読みにくいものには振仮名をつけること。
8. 数字は漢字を用いず、アラビア数字を用いること。
9. 数式、特に本文中の式は、なるべく1行以上を占領せざる形（例えば、 k/μ , $\sin \{(s\pi x/l) - (s\pi ct/l)\}$ の如く）に書くこと。
10. 挿図は黒インキにて明瞭に書き、刷上り寸法又は縮率を必ず記入すること。刷上り寸法横12cm 縦18cm 以上にならないように注意すること。図の中の文字は刷上り1mm 以下にならぬよう特に注意すること。原稿に赤字で図の挿入場所を指定すること。
11. 挿図、表等の説明には欧文を用いること。
12. 引用文献は最後に本文中の引用箇所の番号を附して記載すること。
13. 註は脚註とし、引用箇所の番号（註1の如く）附して別紙にしたためること。
14. 特殊な図版は（折込、色刷、アート等、用紙を含み）当分の間著者が費用を負担すること。
15. 別刷は100部を贈呈し、それ以上は著者の負担とする。
16. 再校以後の校正は、編輯係に一任のこと。
17. 寄書は刷上り2頁未満（400字詰原稿用紙約5枚）とし、欧文題目をつけること。寄書の図面は、刷上り横6cm、又は12cm にするように書くこと。

昭和35年3月25日 印刷
昭和35年3月30日 発行

第2輯 第13巻 第1号

編輯発行
兼印刷者

東京大学理学部地球物理学教室内

地 震 学 会

代表者 和 達 清 夫

東京都新宿区山吹町184番地

印 刷 所

株式会社 国際文献印刷社

笠 井 康 頼

発行所 東京大学理学部
地球物理学教室内

地 震 学 会

（振替東京11918番）

ZISIN

JOURNAL OF THE SEISMOLOGICAL SOCIETY OF JAPAN

Vol. 13, No. 1

SECOND SERIES

March 1960

ARTICLES

- Surface Waves Propagating along a Free Surface of a Semi-
infinite Elastic Medium of Variable Density and Elasticity
..... Hitoshi TAKEUCHI and Naota KOBAYASHI.. 1
- A Perturbation Method for Thermal Convection Problem. (1)
..... Bin OKAI.. 9
- A Perturbation Method for Thermal Convection Problem. (2)
..... Bin OKAI..26
- Direction of Approach of Microseisms Observed by Vector Seis-
mographs..... Kennosuke OKANO..37
- Seismological Observations in Japan during the International
Geophysical Year 1957/8..... I.G.Y. Center..43

CORRESPONDENCES

- A Hexagonal Pattern of Thermal Convection Bin OKAI..61
- SEISMOLOGICAL NOTES62

Published
by
the Seismological Society of Japan,
c/o Geophysical Institute, Faculty of Science, Tokyo University.
Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo, Japan.